



Alex Júnior Carvalho do Nascimento

**Método da Superfície de Resistência Mínima
ao Cisalhamento para Ligações Laje-Pilar com
Armadura de Punção**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Dissertação orientada pelo Professor Maurício de Pina Ferreira

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Alex Júnior Carvalho do Nascimento

**MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESISTÊNCIA MÍNIMA AO CISALHAMENTO
PARA LIGAÇÕES LAJE-PILAR COM ARMADURA DE PUNÇÃO.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará como
requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Maurício de Pina Ferreira

Belém, 07 de agosto de 2020

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Alex Junior Carvalho do Nascimento

TÍTULO: Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento para Ligações Laje-Pilar com Armadura de Punção

GRAU: Mestre ANO: 2020

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias dessa dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Alex Junior Carvalho do Nascimento

Av. Augusto Corrêa, nº 1, Campus Universitário do Guamá, Laboratório de Engenharia Civil.
Guamá, Belém, Pará. CEP: 66075-970

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

N244m Nascimento, Alex Junior Carvalho do
 Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento para
 Ligações Laje-Pilar com Armadura de Punção / Alex Junior Carvalho do
 Nascimento. — 2020.
 91 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará,
Belém, 2020.

1. Concreto Armado. 2. Punção. 3. Armadura de
Cisalhamento. 4. Superfície de Ruptura. I. Título.

CDD 624

MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESISTÊNCIA MÍNIMA AO CISALHAMENTO PARA LIGAÇÕES LAJE-PILAR COM ARMADURA DE PUNÇÃO

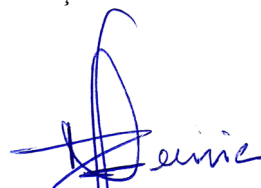
AUTOR:

ALEX JÚNIOR CARVALHO DO NASCIMENTO

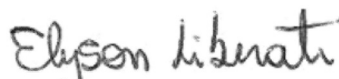
DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 07 / 08 / 2020.

BANCA EXAMINADORA:



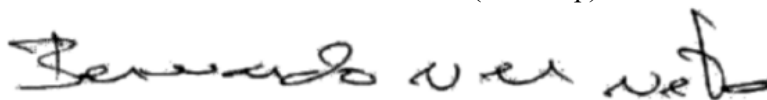
Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira
Orientador (UFPA)



Prof. Dr. Elyson Andrew Pozo Liberati
Membro Externo (UEM)



Prof. Dr. Leandro Mouta Trautwein
Membro Externo (Unicamp)



Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Marcelo de Souza Picanço
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

AGRADECIMENTOS

Pode ser difícil, para alguém acostumado a escrever textos e mais textos científicos, conseguir arrumar palavras para agradecer todos aqueles que ajudaram nessa etapa, sendo considerado até clichê, em muitos casos. Entretanto, creio que essa reflexão seja necessária, afinal, nesse mundo de pesquisa o laboratório vira a nossa casa e a nossa casa, às vezes, vira extensão dele, fazendo nos esquecer das pessoas que estão torcendo pela gente. Espero que aqui consiga lembrar de todos.

Primeiramente gostaria de agradecer os meus pais, Alexandre e Marisa, por todo apoio dado em todos os rumos que escolhi para a minha vida, desde a escolha da iniciação científica até os caminhos da pós-graduação. Aos meus familiares, em especial minhas tias Maria José, Maria do Socorro e Neuza Maria, por sempre me incentivar, desde pequeno, no caminho dos estudos, afinal, só através dele, de fato, há mudança de vida em qualquer âmbito pessoal.

Ao meu orientador, Prof. Mauricio de Pina Ferreira, meus sinceros agradecimentos por todos esses anos de convivência e ensinamentos passados desde a iniciação científica, afinal, já são quase cinco anos de orientação. Obrigado, principalmente, pela amizade construída e ser uma pessoa apaixonado pelo que faz, incentivando todos a extrair o seu melhor e alcançar seus objetivos. Que ainda possam vir muitas reuniões, sejam de orientações, ou compartilhando histórias e bons momentos tomando uma cerveja ao som de “Superman – Tarrus Riley”.

Ao meu segundo orientador e amigo, Manoel Mangabeira, obrigado por abrir as portas do NÚMEA para mim, me acolhendo como “chinês” ainda quando terminavas o mestrado. Obrigado pela paciência ao ensinar, mesmo que as vezes eu não merecesse tal paciência, pelos rolês mais aleatórios em lugares de qualidade duvidosa (para alguns) e pela amizade, esta que espero levar comigo desde que sua “professorite” permita.

Ao Núcleo de Modelagem Estrutural Aplicada (NÚMEA), que durante os últimos anos frequentei mais que minha própria casa, e a todos os seus integrantes, os quais muitos tornaram-se amigos, em especial nessa fase de mestrado à Iana Damasceno e Mayara Costa. Obrigado pelo dia a dia e todo ambiente favorável criado dentro do grupo, compartilhando a mesa de estudos ou a mesa de bar, seja no famoso “Canto da Gelada” ou na “Barbearia das Mulheres”.

Aos meus amigos que muitas vezes me ajudaram em situações difíceis e tornaram a caminhada da pós-graduação menos pesada. (Nesse momento serão citados nomes de grupos não convencionais). Fica meus agradecimentos ao “BANZIOCRE”, “Descolados”, “Podres e Falsos”, Felipe Albuquerque, Marcus Vinicius, Raphael Magalhães e Aquaman.

Em especial às minhas amigas Caroline Azevedo e Jussara Sofia, por todo apoio e compreensão dada durante essa fase, por sempre torcerem por mim e nunca deixarem eu desistir. Serei sempre grato por tudo que fizeram e espero um dia retribuir da melhor forma possível.

Aos membros da banca, Prof. Leandro Trautwein, Prof. Elyson Liberati e Prof. Bernardo Moraes Neto, por todas as contribuições feitas nesse trabalho. Ao Prof. Paul E. Regan, pelo primeiro “empurrãozinho” dado para o surgimento do método apresentado nesse trabalho. À Universidade Federal do Pará, por todo apoio e estrutura oferecidos durante o período da Pós-Graduação. E, principalmente, a todos os guerreiros e guerreiras desse país que acreditam e vivem da ciência.

*“Ovelha: Ele dividiu-se em dois com um machado, bem ao meio (..)
Lobo: Para que ele sempre tivesse um amigo?
Ovelha: Para que ele sempre tivesse um amigo.”*

Resumo

Armaduras de cisalhamento são a maneira mais eficiente de aumentar tanto a resistência quanto a ductilidade de ligações laje-pilar na ruptura por punção. Quando armada à punção, a ligação poderá romper por meio de três modos de ruptura: ruptura por tração diagonal no interior da região das armaduras ($V_{R,cs}$), ruptura por tração diagonal externa à região armada ($V_{R,out}$) e por esmagamento da biela de concreto próxima ao pilar ($V_{R,max}$).

Neste trabalho é apresentado um método para a determinação da resistência à punção de ligações laje-pilar com armaduras de cisalhamento. Apresentado por FERREIRA (2010), o método é aqui apresentado de forma detalhada, desde sua fundamentação teórica até o desenvolvimento e calibração de parâmetros para que possa ser usado em seu formato simplificado. Denominado de Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (SRMC), o método investiga de forma iterativa a superfície de ruptura com a menor previsão de resistência à punção por meio de equações que consideram de forma variável as contribuições do concreto e das armaduras de cisalhamento.

Um banco de dados contendo 70 resultados experimentais de lajes com armadura de punção do tipo conectores com cabeça e com ruptura dentro da região armada é utilizado para avaliar estimativas de resistência à punção do ACI 318 (2019), CEN EN 1992-1-1 (2014), ABNT NBR 6118 (2014), *fib* Model Code 2010 (2013) e o PT1 PrEN 1992-1-1 (2018). Este banco de dados também foi utilizado para analisar e discutir o nível de precisão do método SRMC simplificado.

Os métodos normativos apresentaram elevada dispersão, com tendência à resultados inseguros em função do crescimento da taxa de armadura de cisalhamento. Isso resulta, principalmente, do fato das normas assumirem uma angulação fixa para a superfície de ruptura. Observou-se que essa tendência é corrigida a partir de limitações da capacidade resistente da ligação. Em contrapartida, o SRMC simplificado apresentou bom desempenho, tanto para estimar a capacidade resistente para ruptura por tração diagonal dentro da região armada quanto em corrigir a tendência de resultados contra a segurança mesmo sem propor equações que limitem a capacidade resistente da ligação.

Palavras-chave

Concreto armado, punção, armadura de cisalhamento, superfície de ruptura.

Abstract

Punching shear reinforcement is the most efficient way to improve both the punching shear strength and the ductility of slab-column connections susceptible to punching rupture. Reinforced concrete slab-column connection will susceptible to new modes of rupture: punching within the shear-reinforced zone ($V_{R,cs}$), punching outside the shear-reinforced zone ($V_{R,out}$) and by crushing of the concrete struts near the column ($V_{R,max}$).

This work presents a method for determinate the punching resistance of slab-column connections with shear reinforcement. Initially presented by FERREIRA (2010), it is presented here in detail, from its theoretical approach to the development and calibration of parameters, so it can be used in a simplified format. Called the Surface of Minimum Shear Resistance (SMSR), the method iteratively investigates the failure surface with the minimum punching resistance assuming variable concrete and shear reinforcement contributions.

A database with 70 experimental results on slabs shear-reinforced with connectors and rupture inside the shear-reinforced zone is used to evaluate the design provisions according to ACI 318 (2019), CEN EN 1992-1-1 (2014), ABNT NBR 6118 (2014), *fib* Model Code 2010 (2013) and PT1 PrEN 1992-1-1 (2018). This database is also used to analyze and discuss the SMSR performance.

The design provisions showed high dispersion, with a tendency of results against security due to the growth of the shear reinforcement rate. This results mainly from the fact that is assumed a fixed concrete and shear reinforcement contributions. It was observed that this tendency is corrected through limitations of the slab-column connection resistant. In contrast, the SMSR performed well, both to determinate the punching resistance within the shear-reinforced zone and to correct the tendency of results against safety even not proposing equations that limit the connection resistance.

Keywords

Reinforced concrete, punching shear, shear reinforcement, failure surface.

Sumário

1.	INTRODUÇÃO	18
1.1.	JUSTIFICATIVA	23
1.2.	OBJETIVOS	23
1.2.1.	OBJETIVO GERAL	23
1.2.2.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	24
1.3.	ESTRUTURA DO TRABALHO	24
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	26
2.1.	ARMADURA DO TIPO CONECTOR	26
2.2.	MODOS DE RUPTURA DE LAJES ARMADAS À PUNÇÃO	27
2.3.	RUPTURA INTERNA A REGIÃO DA ARMADURA DE CISALHAMENTO	29
2.4.	MÉTODOS PARA ESTIMATIVA DE RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	34
3.	MÉTODOS NORMATIVOS PARA ESTIMATIVA DE RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	41
3.1.	ACI 318 (2019)	41
3.2.	EUROCODE 2 (2014)	42
3.3.	ABNT NBR 6118 (2014)	44
3.4.	FIB MODEL CODE 2010 (2013)	46
3.5.	PT1 PREN 1992-1-1 (2018)	49
4.	MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESISTÊNCIA MÍNIMA AO CISALHAMENTO	51
4.1.	CONSIDERAÇÕES GERAIS DO MÉTODO SRMC	51
4.2.	MÉTODO SRMC SIMPLIFICADO	55
4.3.	CALIBRAÇÃO DO MÉTODO SRMC SIMPLIFICADO	59
5.	RESULTADOS	64
5.1.	BANCO DE DADOS	64
5.2.	AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS MÉTODOS NORMATIVOS	67
5.3.	AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO MÉTODO SRMC	75
6.	CONCLUSÃO	81
6.1.	SUGESTÕES PARA ATIVIDADES FUTURAS	83

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Critérios de filtragem das lajes do banco de dados.....	65
Tabela 5.2 – Espécimes e autores do banco de dados final.....	66
Tabela 5.3 – Resumo das lajes do banco de dados com ruptura por $V_{Rmáx.}$	80

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Aplicação das recomendações do Eurocode 2 (2014) para situações de projeto com e sem mudança de espaçamento das armaduras.	20
Figura 1.2 – Superfície de ruptura da laje S6 de BIRKLE (2004).	20
Figura 1.3 – Possibilidades de superfície de ruptura em ligações laje-pilar armadas à punção segundo BIRKLE (2004).	22
Figura 1.4 – Planos de investigação segundo FERREIRA (2010).	22
Figura 2.1 – Tipos de armadura de cisalhamento do tipo conector.	26
Figura 2.2 – Arranjos de armadura de cisalhamento em ligações laje-pilar (adaptado de ANCON, 2014).	27
Figura 2.3 – Modos de ruptura de ligações laje-pilar com armaduras de cisalhamento bem ancoradas.	28
Figura 2.4 – Comportamento carga-deslocamento de lajes armadas à punção com diferentes modos de ruptura.	28
Figura 2.5 – Influência da razão da força estimada da armadura de cisalhamento pela força resistida pelo concreto na relação $V_u/V_{Rcs,teo}$ das normas (PEREIRA FILHO, 2016).	30
Figura 2.6 – Influência da razão a_v/d na parcela de resistência do concreto	31
Figura 2.7 – Ruptura devido a falha de ancoragem da armadura de cisalhamento do espécime C8 de FERREIRA <i>et al.</i> (2014).	33
Figura 2.8 – Superfície de ruptura interceptando a armadura de cisalhamento (FERREIRA, 2010).	33
Figura 2.9 – Influência da taxa de armadura de cisalhamento na inclinação da superfície de ruptura dentro da região armada (KUERES, SCHMIDT e HEGGER, 2019).	34
Figura 2.10 – Modelo mecânico de KINNUNNEN e NYLANDER (1960).	35
Figura 2.11 – Modelo mecânico proposto por GOMES e REGAN (1999).	35
Figura 2.12 – Modelo mecânico para lajes armadas proposto por BROMS (2005).	36
Figura 2.13 – Componentes de resistência à punção segundo MENETREY (2002).	36
Figura 2.14 – Modelo mecânico do <i>shear friction</i> aplicado à uma ligação laje-pilar segundo DECHKA (2001).	37
Figura 2.15 – Planos de investigação segundo BIRKLE (2004).	37
Figura 2.16 – Teoria da fissura crítica aplicada à ligações laje-pilar.	38
Figura 2.17 – Modelo proposto por BOMPA e ONET (2016).	39
Figura 2.18 – <i>Two-Parameter Kinematic Theory</i> aplicado a ligações laje-pilar.	40

Figura 3.1 – Perímetro de controle segundo o ACI 318 (2019).	42
Figura 3.2 – Perímetro de controle segundo o CEN EN 1992-1-1 (2014)	44
Figura 3.3 – Perímetro de controle segundo a ABNT NBR 6118 (2014)	46
Figura 3.4 – Perímetro de controle segundo o <i>fib</i> Model Code 2010 (2013).	48
Figura 4.1 – Influência da angulação da superfície de ruptura no desempenho da armadura de cisalhamento.	52
Figura 4.2 – Contribuição da armadura de cisalhamento para o método SRMC em seu formato geral.	53
Figura 4.3 – Possíveis verificações do método para uma ligação laje-pilar.	54
Figura 4.4 – Investigação da resistência à punção pelo SRMC para a laje C3 de Ferreira <i>et al.</i> (2014).	55
Figura 4.5 – Superfícies investigadas no método SRMC simplificado partindo do pilar.	57
Figura 4.6 – Superfícies investigadas no método SRMC simplificado partindo da primeira camada de armadura e perímetro de controle u_4 .	57
Figura 4.7 – Superfícies investigadas no método SRMC em casos especiais e perímetro de controle u_5 .	58
Figura 4.8 – Investigação da resistência à punção pelo SRMC simplificado para a laje C3 de Ferreira <i>et al.</i> (2014).	59
Figura 4.9 – Análise de dispersão para diferentes modelos teóricos na previsão de ruptura de lajes lisas sem armadura de cisalhamento.	61
Figura 4.10 – Calibração da constante de redução do concreto (η_c).	62
Figura 5.1 – Distribuição das características das espécimes que compõe o banco de dados.	67
Figura 5.2 – Influência da taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w) no desempenho dos modelos teóricos para previsão de ruptura interna à região armada ($V_u/V_{Rcs,teo}$).	68
Figura 5.3 – Influência da taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w) no desempenho dos modelos teóricos para previsão de ruptura à punção em lajes armadas ao cisalhamento ($V_u/V_{R,teo}$).	70
Figura 5.4 – Análise da previsão dos modelos normativos para ruptura de lajes armadas à punção ($V_u/V_{R,teo}$).	71
Figura 5.5 – Análise da previsão dos modelos normativos para ruptura pelo esmagamento da biela ($V_u/V_{R,max,teo}$).	73
Figura 5.6 – Análise da previsão de superfície de ruptura do método SRMC.	76
Figura 5.7 – Superfícies de ruptura investigadas.	77
Figura 5.8 – Influência da taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w) na previsão de ruptura do método SRMC para os diversos modos de ruptura ($V_u/V_{R,SMSR}$).	78

Figura 5.9 – Análise da previsão do método SRMC para ruptura de lajes armadas à punção ($V_u/V_{R,SMSR}$).....	79
---	----

Lista de Símbolos

δ	deslocamento total da laje.
δ_{REF}	deslocamento total da laje de referência.
$\varepsilon_{t,avg}$	deformação devido a flexão da laje.
η_1 e η_2	fatores da tensão de aderência da armadura de cisalhamento.
η_c	fator de eficiência da parcela resistente do concreto.
η_s	fator de eficiência da parcela resistente da armadura de cisalhamento.
θ	angulação da superfície de ruptura crítica.
θ_{max}	angulação máxima da superfície de ruptura crítica.
θ_{min}	angulação mínima da superfície de ruptura crítica.
v	fator de redução da eficiência da resistência à compressão do concreto da biela, segundo a NBR 6118 (2014).
v_{min}	tensão resistente mínima para o caso de taxas de armadura de flexão muito baixas, segundo o Eurocode 2 (2014).
ρ	taxa de armadura de flexão da laje.
ρ_w	taxa de armadura de cisalhamento.
ρ_x	taxa de armadura de flexão na direção “x” da laje.
ρ_y	taxa de armadura de flexão na direção “y” da laje.
$\sigma_{w,ef}$	tensão efetiva na armadura de cisalhamento.
τ_{Rc}	tensão resistente teórica.
τ_u	tensão resistente experimental.
ϕ_w	diâmetro da armadura de cisalhamento.
ψ	rotação da laje.
a/b	razão da maior pela menor dimensão do pilar.
a_i	projeção horizontal da superfície de ruptura.
a_v	vão de cisalhamento.
d	altura útil da laje.
d_{an}	comprimento mínimo de ancoragem para a armadura de cisalhamento, segundo BIRKLE (2004).
d_{dg}	fator para levar em consideração as dimensões do agregado.
d_g	diâmetro máximo do agregado.
d_{out}	altura útil menos o cobrimento.

d_v	altura útil reduzida.
f_b	tensão de aderência da armadura de cisalhamento.
f_c	resistência a compressão do concreto.
f_{ck}	resistência a compressão característica do concreto.
f_{cm}	resistência a compressão média do concreto.
f_{ys}	tensão de escoamento da armadura de flexão.
f_{yw}	tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.
h	altura total da laje.
h_{ef}	embutimento do conector.
$h_{ef,inf}$	embutimento inferior do conector.
$h_{ef,sup}$	embutimento superior do conector.
k	efeito escala.
k_{cr}	fator para levar em consideração o desempenho ao arrancamento do conector em concreto fissurado.
k_{dg}	fator que leva em consideração a rugosidade da superfície de fissura, segundo o <i>fib</i> Model Code 2010 (2013).
k_{pb}	coeficiente para controlar o incremento de resistência segundo o prEurocode 2 (2018).
k_{sys}	fator que considera o desempenho da armadura de cisalhamento, segundo o <i>fib</i> Model Code 2010 (2013).
k_{uncr}	fator para levar em consideração o desempenho ao arrancamento do conector em concreto não fissurado.
k_l	fator para levar em consideração o grau de fissuração do concreto.
k_ψ	fator que depende da rotação da laje, segundo o <i>fib</i> Model Code 2010 (2013).
m_R	momento resistente da laje.
m_s	momento solicitante da laje.
r_q	raio de carregamento da laje.
s_c	espaçamento circunferencial das armaduras de cisalhamento.
s_{crit}	distância entre o pilar e a fissura tangencial a ele.
u_0	perímetro do pilar.
u_l	perímetro de controle interno à região das armaduras.
u_{2d}	perímetro de controle afastado $2 \cdot d$ do pilar.
u_{out}	perímetro de controle externo à região das armaduras.

x	altura da linha neutra da laje.
A_{sw}	área de aço das armaduras de cisalhamento.
$A_{sw, l+2}$	média entre as áreas de aço da primeira e segunda camada de armadura de cisalhamento.
C	dimensão do pilar.
E_{sw}	módulo de elasticidade da armadura de cisalhamento.
R^2	coeficiente de correlação dos resultados.
S_0	espaçamento inicial das camadas de armadura.
S_i	superfície investigada pelo método SRMC.
S_r	espaçamento das camadas de armadura.
$V_{5\%}$	5%-quantil determinados em uma distribuição normal dos resultados.
$V_{95\%}$	5%-quantil determinados em uma distribuição normal dos resultados.
$V_{R,cs}$	resistência à punção para ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras.
$V_{R,cs,teo}$	resistência teórica à punção para ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras.
$V_{R,max}$	resistência à punção para ruptura por esmagamento da biela adjacente ao pilar.
$V_{R,out}$	resistência à punção para ruptura por tração diagonal fora da região das armaduras.
$V_{R,s}$	parcela resistente à punção atribuída às armaduras de cisalhamento.
$V_{R,SMSR}$	resistência à punção segundo o método da resistência mínima ao cisalhamento.
$V_{R,teo}$	resistência teórica a punção de uma ligação laje pilar.
V_{Rc}	parcela resistente à punção atribuída ao concreto.
$V_{Rc,teo}$	parcela resistente teórica à punção atribuída ao concreto.
V_{REF}	carga de ruptura da laje de referência do programa experimental.
$V_{Rs,teo}$	parcela resistente teórica à punção atribuída às armaduras de cisalhamento.
V_u	carga vertical na ligação laje-pilar.

1. INTRODUÇÃO

A punção é um modo de ruptura frágil que pode levar a estrutura a ruína por meio do colapso progressivo. A ruptura por punção pode ocorrer principalmente em ligações laje-pilar, sapata-pilar, radier-pilar, assim como em carregamentos pontuais aplicados em placas de concreto armado.

As armaduras de cisalhamento são comumente utilizadas para aumentar tanto a resistência quanto a deslocabilidade à punção de uma ligação laje-pilar. Recomendações normativas estimam que a resistência da ligação laje-pilar armada à punção será governada pela menor resistência dentre três modos de ruptura: ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras ($V_{R,cs}$), ruptura por tração diagonal fora da região das armaduras ($V_{R,out}$) e ruptura por esmagamento do concreto adjacente ao pilar ($V_{R,max}$).

Comumente, em projetos estruturas de lajes armadas à punção, o dimensionamento da ligação é feito visando evitar a ruptura por esmagamento do concreto e fora da região das armaduras, por apresentarem comportamento na ruptura tão brusco quanto em lajes sem armadura de cisalhamento. A ruptura por $V_{R,out}$ pode ser evitada com o detalhamento de um número adequado de camadas de armadura de cisalhamento. A ruptura por $V_{R,max}$ está associada a um nível máximo de resistência da ligação laje-pilar.

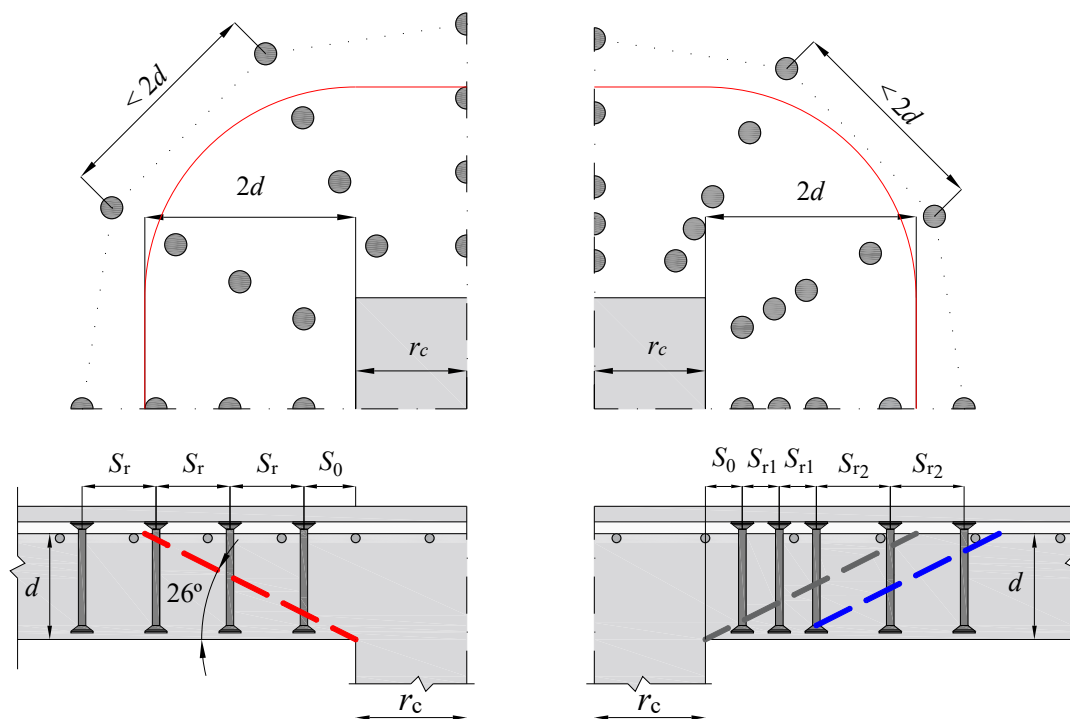
Segundo HEGGER, HÄUSLER e RICKER (2007) e RICKER e HÄUSLER (2014) a resistência máxima da ligação está associada aos mecanismos de resistência de lajes sem armadura de cisalhamento e as condições de ancoragem da armadura de punção. HEGGER, HÄUSLER e RICKER (2007) apontam que assumir $V_{R,max}$ em função somente da resistência à compressão do concreto, de forma análoga ao comportamento de uma biela, pode levar a estimativas de resistência que não representam o fenômeno.

Em projetos estruturais a ruptura por tração diagonal dentro da região armada é preferível, uma vez que entre as três, esta ocorre de forma mais dúctil devido a contribuição da armadura. A previsão das normas ACI 318 (2019), CEN EN 1992-1-1 (2014), ABNT NBR 6118 (2014), *fib* Model Code 2010 (2013) e a nova proposta de atualização do Eurocode 2, o PT1 PrEN 1992-1-1 (2018), estima $V_{R,cs}$ como a soma de parcelas resistentes do concreto ($V_{R,c}$) e do aço das

armaduras de cisalhamento ($V_{R,s}$), minoradas por fatores de rendimento. Para o ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2014) e NBR 6118 (2014), a parcela resistente do concreto é minorada por valores fixos. Por outro lado, *fib* Model Code 2010 (2013) e PT1 PrEN 1992-1-1 (2018) apresentam estimativas de parcela resistente do concreto variáveis, diminuindo com aumento de intensidade da carga aplicada.

A parcela resistente da armadura de cisalhamento depende do número de camadas interceptadas pela superfície de ruptura e da tensão efetiva média que as camadas de armadura de cisalhamento conseguem desenvolver até a ruptura da ligação laje-pilar. Eurocode 2 (2014) e NBR 6118 (2014) assumem que as armaduras posicionadas em um perímetro afastado $2 \cdot d$ do pilar contribuirão na resistência da ligação. Em relação a tensão efetiva média, Eurocode 2 (2014) assume um valor em função da altura útil da laje, enquanto que a NBR 6118 (2014) estima um valor fixo. *fib* Model Code 2010 (2013) e PT1 PrEN 1992-1-1 (2018) assumem valores variáveis em função da carga aplicada para a tensão efetiva média das armaduras de cisalhamento, podendo atingir a tensão de escoamento.

A Figura 1.1 apresenta uma aplicação das recomendações do Eurocode 2 (2014), onde a contribuição das armaduras dá-se em um perímetro afastado a $2 \cdot d$ das faces do pilar, o que resulta em um ângulo de ruptura fixado em $26,6^\circ$. Na Figura 1.1a é apresentada uma aplicação em uma situação de espaçamento constante das armaduras, sendo a contribuição do aço dada pelas 3 primeiras camadas. Já a Figura 1.1b é apresentada a aplicação em uma situação atípica de projeto, ou seja, com espaçamento variável das armaduras, aplicando as recomendações do EOTA ETA 12/0454 (2012). Nesse caso, a contribuição do aço será dada pelas 4 primeiras camadas de armadura.



a) Situações usuais de projeto com espaçamento constante das armaduras.

b) Situações atípicas de projeto com espaçamento variável das armaduras

Figura 1.1 – Aplicação das recomendações do Eurocode 2 (2014) para situações de projeto com e sem mudança de espaçamento das armaduras.

Nenhum modelo normativo prevê recomendações para casos de mudança de espaçamento das armaduras de cisalhamento, o que pode levar a estimativas inseguras de resistência, pois a capacidade de resistência devido a armadura pode ser superestimada, uma vez que a ruptura da ligação pode se dar em um plano entre camadas de armadura (linha azul na Figura 1.1b). Esse modo de ruptura foi observado no espécime S6 da série de ensaios de BIRKLE (2004), apresentado na Figura 1.2.

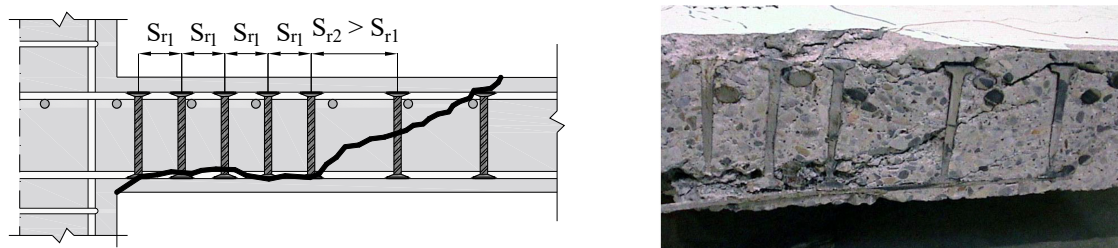


Figura 1.2 – Superfície de ruptura da laje S6 de BIRKLE (2004).

Há ainda situações de mudança de área de aço ao longo das camadas de armadura, como na série de ensaios de BEUTEL (2002), não verificada também por nenhum modelo normativo.

Entretanto, esse tipo de detalhamento é mais comum em armaduras desconectadas ou estribo, pouco presente em armaduras do tipo conectores.

Assumir valores fixos para o ângulo da superfície de ruptura limita a acurácia na previsão de resistência da ligação laje-pilar, uma vez que a inclinação do ângulo é influenciada principalmente pela taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w), segundo KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019). Além disso, a taxa de armadura de cisalhamento pode influenciar nas contribuições de concreto e aço através da variação da superfícies de ruptura, tornando-as variáveis, como apresenta SCHMIDT, KUERES e HEGGER (2020). Os autores, por meio de uma análise de lajes armadas com estribos fechados e bem ancorados, observaram que há uma redução da parcela resistente do concreto em função do aumento da taxa de armadura de cisalhamento, fenômeno este, segundo os autores, qualitativamente bem representado pelas equações do *fib* Model Code 2010 (2013) e PrEurocode 2 (2018). Inversamente à essa situação, os autores observaram que esse fenômeno não é bem representado pelas atuais prescrições da norma europeia, na qual é proposto uma redução fixa da parcela resistente do concreto, independentemente da situação.

Diversos modelos teóricos para estimar a resistência à punção de lajes armadas ao cisalhamento foram apresentados baseados na hipótese de que a resistência da ligação será função do ângulo da superfície de ruptura (θ). A exemplo disso, BIRKLE (2004), continuando as hipóteses dos trabalhos de LOOV (1998), DILGER (2000) e DECHKA (2001), apresenta uma proposta para o método do “atrito-cisalhamento” (*shear friction*) para determinar a resistência à punção de lajes com armaduras de cisalhamento em qualquer ângulo θ . A utilização desse método não é simples e requer implementação de ferramenta computacional para total varredura de todas as possibilidades de angulações, uma vez que as superfícies podem variar entre um $\theta_{\min} = 27^\circ$ à um $\theta_{\max}$ dependendo da geometria da laje e espaçamento das armaduras, para vários pontos entre o pilar e a última camada de armadura, como apresentado na Figura 1.3.

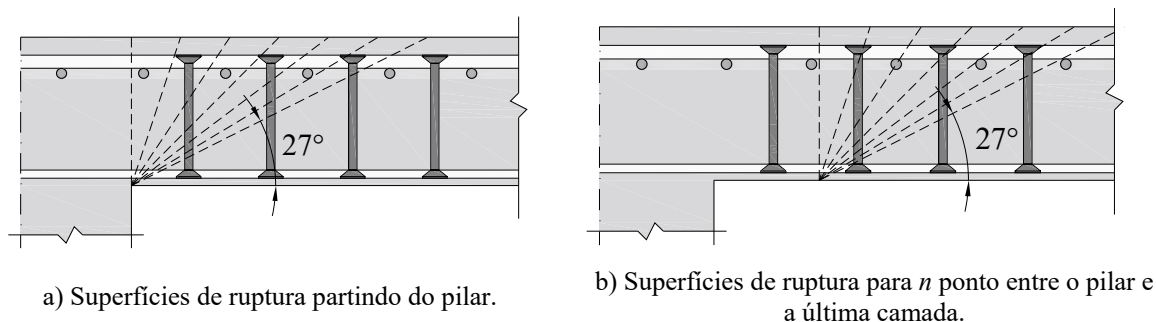


Figura 1.3 – Possibilidades de superfície de ruptura em ligações laje-pilar armadas à punção segundo BIRKLE (2004).

De forma a simplificar procedimentos com superfícies de ruptura iterativa, FERREIRA (2010) propôs o Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (SRMC), apresentando um número menor de possibilidades de investigação de resistência na ligação. Os planos de investigação, segundo o autor, são apresentados na Figura 1.4. Segundo o método, a resistência da ligação será função da superfície que apresentar menor somatório de parcelas variáveis das contribuições do concreto e das armaduras de cisalhamento. Mesmo tratando-se de um modelo simplificado, o autor obteve bons resultados na previsão de resistência de lajes armadas à punção e ruptura interna à região armada.

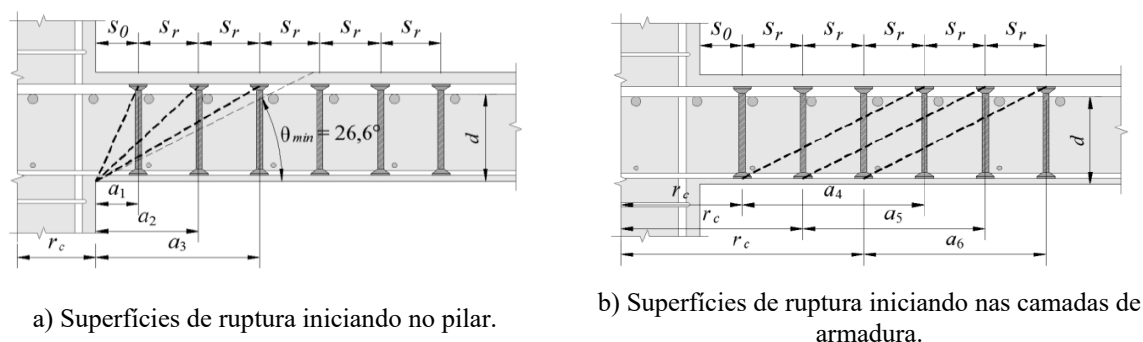


Figura 1.4 – Planos de investigação segundo FERREIRA (2010).

Diante essa problemática, esse trabalho apresenta uma revisão sistemática e detalhada das hipóteses que embasam o Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (SRMC), proposto por FERREIRA (2010). Além disso, será apresentado hipóteses que baseiem uma ampliação da aplicação para o método, englobando outros tipos de arranjo e armaduras de cisalhamento, e também as hipóteses que validam a aplicação do método em seu formato simplificado.

Este trabalho é parte conjunta da tese de doutorado “Resistência à Punção de Lajes Lisas Armadas ao Cisalhamento com Estribos Treliçados Pré-Fabricados”, defendida por Manoel

José Mangabeira Pereira Filho, no ano de 2020, ao Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, sob co-orientação do Professor Maurício de Pina Ferreira.

1.1. JUSTIFICATIVA

Os modelos normativos baseiam suas prescrições assumindo que a superfície de ruptura é fixa, simplificando assim o processo de cálculo da resistência em ligações laje-pilar armadas à punção. PEREIRA FILHO (2016) mostrou que essa simplificação pode levar a previsões inseguras, não estimando bem o acréscimo de resistência à punção como uma função do aumento da taxa de armadura de cisalhamento, tão pouco a variação da contribuição de resistência do concreto.

Diversos são os trabalhos encontrados na literatura com o objetivo de prever a resistência de ligações laje-pilar armadas à punção, assumindo em suas hipóteses contribuições variáveis de concreto e aço em função da inclinação da superfície de ruptura, a exemplo de KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019). Entretanto, a literatura é carente de um método que incorpora precisão nos resultados e simplicidade no método de cálculo. FERREIRA (2010) apresentou o Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (SRMC) que mesmo em seu formato simplificado obteve um nível de precisão satisfatório na previsão de resistência de lajes armadas com ruptura cruzando a região das armaduras. Esse trabalho apresenta uma abordagem sistemática e detalhada da fundamentação teórica do método SRMC, além de apresentar diretrizes para sua utilização em um universo maior de critérios de detalhamento em ligações laje-pilar.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo geral apresentar uma completa abordagem da fundamentação teórica do Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento, em seu formato simplificado, na estimativa de resistência à punção em ligações laje-pilar armadas com conectores e ruptura interna a região das armaduras.

1.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Apresentar diretrizes que baseiem a utilização do método SRMC - Simplificado para um universo maior que o apresentado por FERREIRA (2010), ampliando sua aplicação para diferentes casos de detalhamento em ligações laje-pilar como arranjo cruciforme, mudança do espaçamento das armaduras e outros tipos de armadura de cisalhamento;
- Avaliar o desempenho do método SRMC - Simplificado na previsão de resistência de ligações laje-pilar armadas com conectores e ruptura por tração diagonal cruzando a região das armaduras. através de um universo de dados maior que o apresentado por FERREIRA (2010);
- Investigar a utilização do método SRMC - Simplificado para lajes rompendo por esmagamento da biela adjacente ao pilar ($V_{R,max}$);
- Avaliar as recomendações do ACI 318 (2019), CEN EN 1992-1-1 (2014), ABNT NBR 6118 (2014), *fib* Model Code 2010 (2013) e PT1 PrEN 1992-1-1 (2018) na previsão de resistência de ligações laje-pilar armadas à punção com ruptura por $V_{R,cs}$ e ruptura por $V_{R,max}$;
- Avaliar a influência da taxa de armadura de cisalhamento na previsão do ACI 318 (2019), CEN EN 1992-1-1 (2014), ABNT NBR 6118 (2014), *fib* Model Code 2010 (2013), PT1 PrEN 1992-1-1 (2018) e do método SRMC - Simplificado para previsão de ruptura de ligações laje-pilar armadas à punção.

1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

O *Capítulo 1* apresenta a problemática tratada nesta dissertação, além da justificativa e objetivos.

O *Capítulo 2* apresenta uma revisão bibliográfica sobre lajes armadas à punção, destacando os modos de ruptura e os diferentes métodos propostos na literatura para estimativa de resistência em uma ligação laje-pilar.

O *Capítulo 3* apresenta uma revisão das recomendações normativas do ACI 318 (2019), CEN EN 1992-1-1 (2014), CEB-FIB MC90 (1993), *fib* Model Code 2010 (2013) e o PT1 PrEN 1992-1-1 (2018) para estimativa de resistência à punção.

O *Capítulo 4* apresenta o Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento em sua nova proposta, além de todos os processos de calibração realizados nesse trabalho.

O *Capítulo 5* apresenta a metodologia utilizada através da coleta de um banco de dados e os resultados da avaliação dos métodos normativos e do método SRMC para previsão de resistência de lajes armadas à punção.

O *Capítulo 6* apresenta a conclusão do trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. ARMADURA DO TIPO CONECTOR

Armaduras de cisalhamento com cabeças de ancoragem mecânica são muito utilizadas em função da sua industrialização, pois resulta em maior controle de qualidade, e, principalmente, pelo bom desempenho em termos de ancoragem. Dentre esse tipo de armadura destacam-se os *studs rails* (Figura 2.1a), que consiste em barras soldadas em trilhos de aço na extremidade inferior e cabeça de ancoragem na extremidade superior. São caracterizados por serem muito eficientes e de fácil montagem *in loco* quando utilizados em arranjo em cruz ou grade. Outro tipo de armadura são os *double headed studs* (Figura 2.1b) que, embora ligeiramente menos eficientes que os *studs rails*, como observado nos ensaios de ANDRA e MATTHAEI (2000) e REGAN e SAMADIAN (2001), são mais utilizados devido sua montagem ser mais simples ao compararmos com os *stud rails*, uma vez que podem ser colocados após a montagem das armaduras de flexão.

Mesmo com a eficiência e vantagens construtivas dos *double headed studs*, ainda ocorrem problemas construtivos para arranjos radiais. Nesse contexto, GOMES e ANDRADE (2000) e TRAUTWEIN *et al.* (2011) apresentaram os *studs internos* (Figura 2.1c) com o objetivo de eliminar problemas de compatibilidade com as armaduras de flexão, uma vez que eles são posicionados internamente às mesmas.

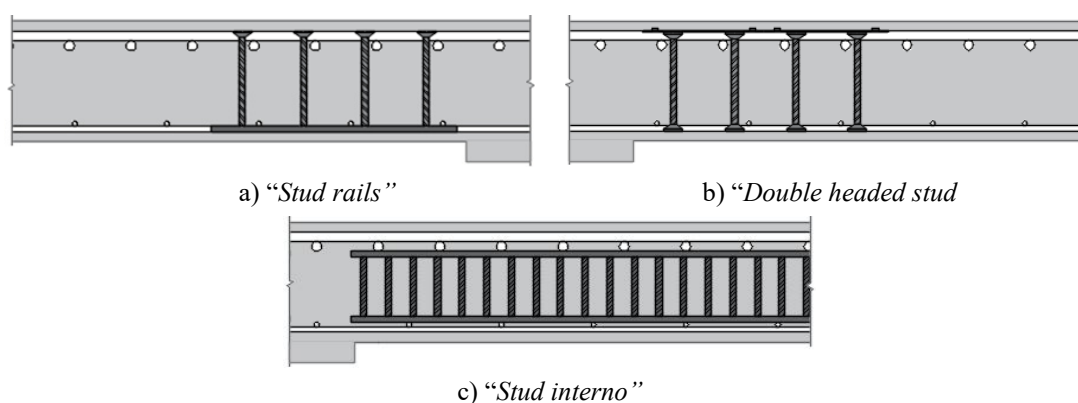


Figura 2.1 – Tipos de armadura de cisalhamento do tipo conector.

Diversas são as formas de arranjo das armaduras de cisalhamento em ligações laje-pilar. As três mais utilizadas são: radial, cruciforme e em grade, como ilustrado na Figura 2.2. De maneira geral, o arranjo radial (Figura 2.2a) apresenta uma distribuição equilibrada das armaduras, não

favorecendo o aparecimento de zonas de fragilidade na laje, pois as tensões cisalhantes variam em bandas radiais partindo do pilar. Entretanto, esse tipo de arranjo traz diversos problemas de compatibilização com as armaduras de flexão. O arranjo cruciforme (Figura 2.2b) é o mais simples do ponto de vista construtivo, minimizando os problemas de compatibilização das armaduras. Porém, esse tipo de arranjo favorece a ruptura externa à região das armaduras. Por fim, o arranjo em grade (Figura 2.2c) apresenta simplicidade na execução, com menor chances de conflito entre as armaduras, porém maior consumo de armadura de cisalhamento. Além disso, devido a dificuldades teóricas para estimar as armaduras que contribuem de fato na resistência no $V_{R,cs}$, nenhum modelo normativo engloba esse tipo de arranjo para as armaduras de cisalhamento.

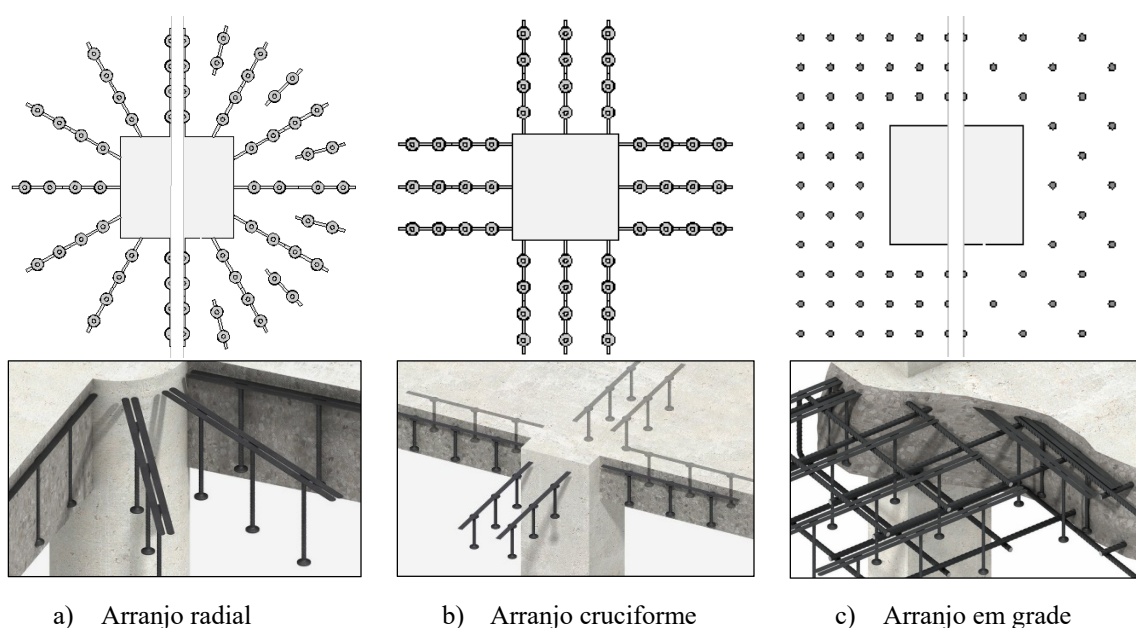


Figura 2.2 – Arranjos de armadura de cisalhamento em ligações laje-pilar (adaptado de ANCON, 2014)

2.2. MODOS DE RUPTURA DE LAJES ARMADAS À PUNÇÃO

Ligações laje-pilar com armaduras de cisalhamento bem ancoradas podem romper por punção com os seguintes modos de ruptura: tração diagonal dentro da região das armaduras, tração diagonal fora da região das armaduras e por esmagamento do concreto adjacente ao pilar. A Figura 2.3 apresenta espécimes que romperam pelos modos de ruptura listados anteriormente.



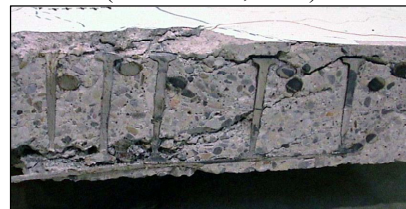
a) Esmagamento da biela ($V_{R,max}$)
(Adaptado de LIPS, 2012)



c) Ruptura fora da região armada ($V_{R,out}$)
(Adaptado de FERREIRA, 2010)



b) Tração diagonal na região armada ($V_{R,cs}$)
(FERREIRA, 2010)



d) Ruptura entre camadas (in*)
(BIRKLE, 2004)

Figura 2.3 – Modos de ruptura de ligações laje-pilar com armaduras de cisalhamento bem ancoradas.

A Figura 2.4 apresenta o acréscimo de resistência de uma laje armada em comparação com a laje de referência (V/V_{REF}) e em função do acréscimo de deslocamento em comparação à laje de referência (δ/δ_{REF}) para os diferentes modos de ruptura. Para ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras e entre camadas, utilizou-se espécimes ensaiados por BIRKLE (2004) e lajes com ruptura pelo esmagamento e tração diagonal fora da região das armaduras utilizaram-se lajes testadas por HEINZMANN *et al.* (2012). A Figura 2.4 apresenta a taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w) e a superfície de ruptura de cada espécime.

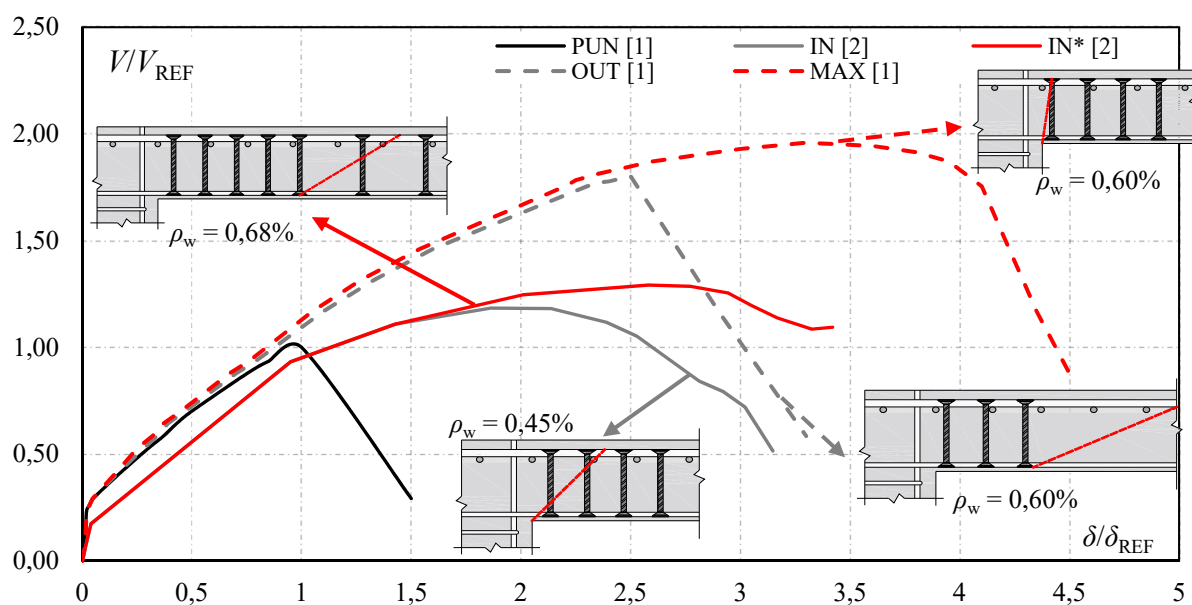


Figura 2.4 – Comportamento carga-deslocamento de lajes armadas à punção com diferentes modos de ruptura.

A ruptura por esmagamento da biela ($V_{R,max}$) está associada a um nível máximo de resistência de uma ligação laje-pilar armada à punção, considerando os modos de ruptura apresentados, e costuma ocorrer para elevadas taxas de armadura de cisalhamento, sendo esse modo de ruptura indesejado a nível de projeto, pois apresenta ruína frágil, como apresentado na Figura 2.4.

Outro modo de ruptura indesejável a nível de projeto é a ruptura externa à região armada ($V_{R,out}$), pois, assim como a ruptura por $V_{R,max}$, apresenta seus mecanismos de resistência associados apenas ao concreto, apresentando comportamento de ruína pós-pico tão brusco quanto apresentado por punção de lajes sem armadura de cisalhamento. A ruptura por $V_{R,out}$ dá-se por meio de uma superfície de ruptura entre as barras de flexão tracionadas e a ancoragem inferior da armadura de cisalhamento, como observado na Figura 2.3c. Para considerar essa diminuição da área de concreto na contribuição de resistência para esse modo de ruptura, HEGGER, WALRAVEN e HÄUSLER (2010) propõem a utilização da altura útil reduzida nas verificações de resistência, sendo essa distância medida da base da armadura de cisalhamento até o centroide das barras de flexão tracionadas. Este modo de ruptura pode ser evitado pelo detalhamento de um número adequado de camadas de armadura de cisalhamento.

No dimensionamento de uma ligação laje-pilar, é preferível que a verificação da resistência à punção seja com a superfície ocorrendo dentro região armada ao cisalhamento. Trata-se de um modo de ruptura mais dúctil, controlado pelo aço, e que, portanto, pode ocorrer com maior capacidade de deformação e resistência residual pós-pico.

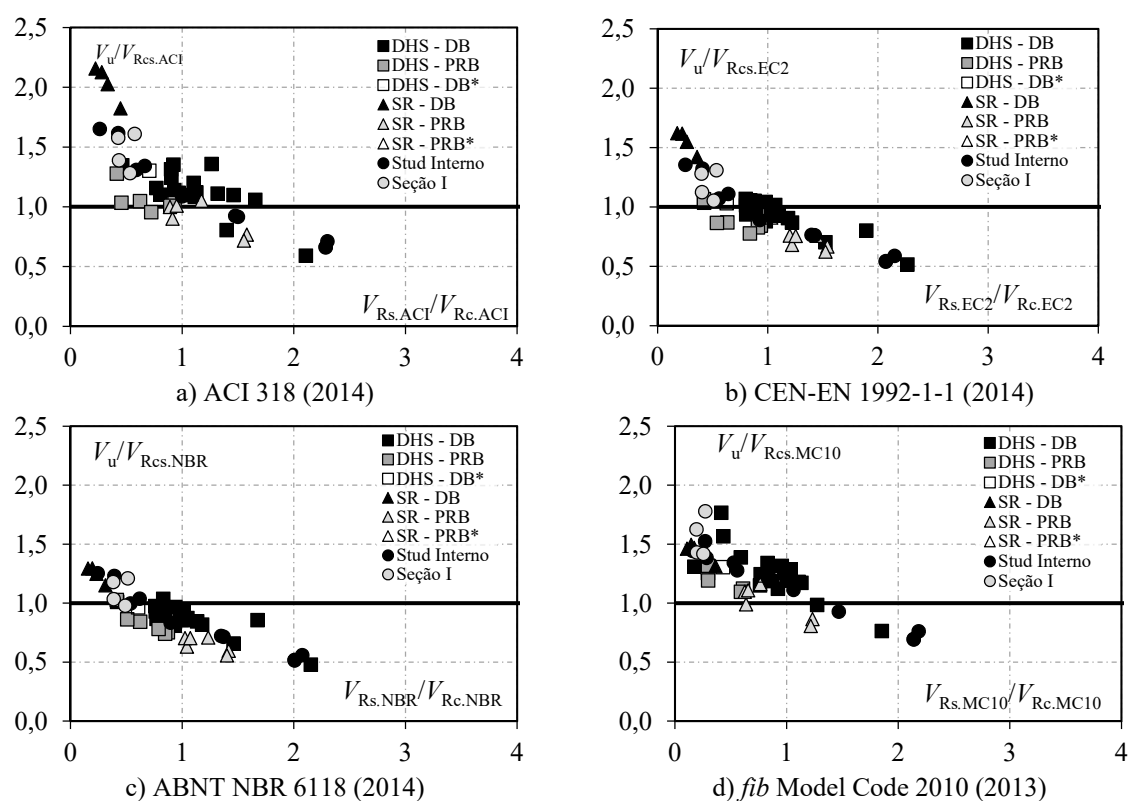
A ruptura entre camadas apresenta aumento da capacidade de deformação e resistência residual pós-pico devido a contribuição da armadura de cisalhamento. Entretanto, esse tipo de ruptura não é verificado por nenhum método normativo vigente, podendo levar a estimativas inseguras quando a resistência da laje estiver associada a este modo de ruptura. Apenas as recomendações do EOTA ETA 12/0454 (2012) apresentam diretrizes de dimensionamento para mudança de espaçamento entre camadas de armaduras.

2.3. RUPTURA INTERNA A REGIÃO DA ARMADURA DE CISALHAMENTO

Os modelos normativos definem que a resistência associada a ruptura por $V_{R,cs}$ seja definida através da soma de parcelas constantes da contribuição do aço e do concreto. Apenas o *fib* Model Code 2010 (2013) e o PT1 prEN 1992-1-1 (2018) assumem parcelas variáveis para essas

contribuições. É comum adotar fatores de rendimento para estas parcelas contribuintes, a exemplo do CEN EN 1992-1-1 (2014), que considera apenas 75% da contribuição do concreto em lajes armadas em comparação à uma laje semelhante sem armadura de cisalhamento. Para a armadura de cisalhamento, adotar limitações torna-se justificável, pois, na prática, a armadura pode não desenvolver tensão até escoar devido principalmente a condições de ancoragem.

Assumir parcelas fixas das contribuições do concreto e do aço pode levar a resultados dispersos no que diz respeito a resistência da ligação. PEREIRA FILHO (2016) apresenta uma análise da influência entre a força resistida pela armadura de cisalhamento pela força resistida pelo concreto ($V_{Rs,teo}/V_{Rc,teo}$), na previsão da resistência à punção dentro da região das armaduras ($V_u/V_{Rcs,teo}$), cujos resultados são apresentados na Figura 2.5.



*NOTA: DHS – DB são “double headed studs” com barras nervuradas; DHS – PRB são “double headed studs” com barras lisas; SR – DB são “stud rail” com barras nervuradas; SR – PRB são “stud rail” com barras lisas; os itens assinalados com * tem a razão d_s/d_h igual a 2,5.

Figura 2.5 – Influência da razão da força estimada da armadura de cisalhamento pela força resistida pelo concreto na relação $V_u/V_{Rcs,teo}$ das normas (PEREIRA FILHO, 2016).

Observa-se que, para baixas relações de $V_{Rs,teo}/V_{Rc,teo}$ a maioria dos modelos normativos apresenta resultados conservadores, enquanto que a medida que a relação aumenta, ou seja, maior a contribuição do aço em relação a contribuição do concreto, há uma tendência de

resultados contra a segurança. Observa-se que mesmo o *fib* Model Code 2010 (2013) mostra uma tendência de resultados contra a segurança à medida que cresce a taxa de armadura de cisalhamento.

REGAN (1984) conduziu ensaios em lajes de concreto armado sem armaduras de cisalhamento nas quais a distância entre a carga pontual e os apoios foi suficientemente pequena a fim de garantir que a geometria da superfície de ruptura fosse definida segundo a geometria dos espécimes. O autor concluiu que existe uma dependência entre a resistência à punção ($V_{R,c}$) e a inclinação da superfície de ruptura. A Figura 2.6a utiliza os resultados das duas séries de ensaios apresentadas por REGAN (1984) para ilustrar a redução da resistência à punção como uma função da razão entre o vão de cisalhamento (a_v) e a altura útil (d) dos espécimes. Nessas análises, a tensão resistente experimental, definida como $\tau_u = V_u / u_{2d} \cdot d$ foi ponderada pela resistência à punção segundo o CEB-FIP MC90 (1993), expressa como $\tau_{Rc} = 0.18 \cdot (1 + \sqrt{200/d}) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3}$, onde u_{2d} é o perímetro de controle afastado $2 \cdot d$ da face do pilar.

O gráfico apresenta ainda uma linha vermelha que representa uma tendência proporcional à $2 \cdot d/a_v$. A Figura 2.6b apresenta as mesmas análises, mas usando resultados experimentais de ensaios em sapatas de concreto armado sob punção. Estes ensaios referem-se a pesquisas onde as sapatas foram ensaiadas em um sistema similar ao usado para ligações laje-pilar, com o carregamento aplicado de forma concentrada em suas extremidades. É possível perceber que o aumento da razão a_v/d é acompanhado por uma redução da resistência à punção e que este efeito é bem descrito por uma proporção de $2 \cdot d/a_v$. É possível perceber ainda que para valores de $a_v/d > 2,0$ esse efeito se estabiliza.

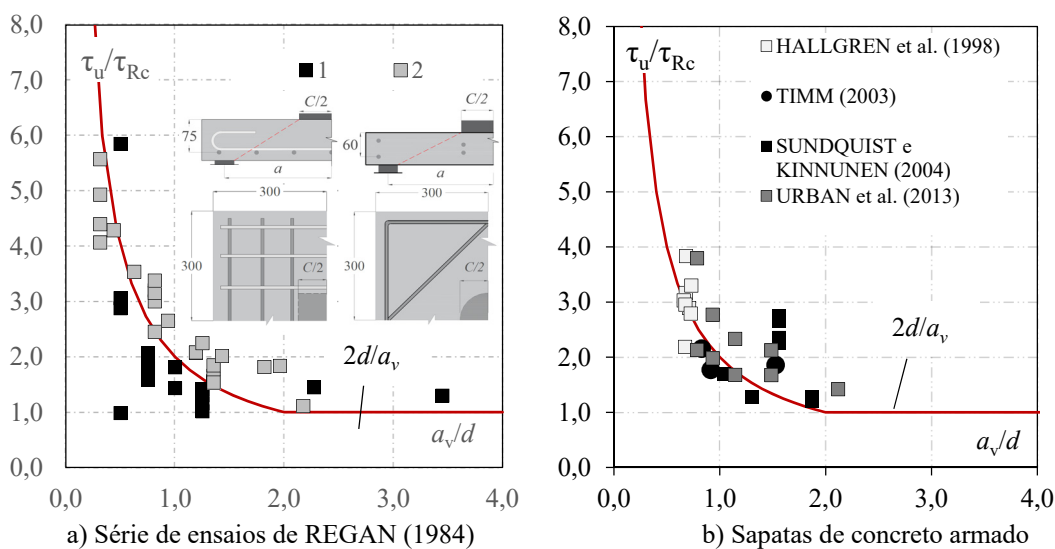


Figura 2.6 – Influência da razão a_v/d na parcela de resistência do concreto

MENÉTREY (2002) diz que a parcela de resistência do concreto é função da componente vertical de uma tensão resistente de tração atuando na área da superfície de ruptura. RUIZ e MUTTONI (2009) dizem que essa parcela é limitada pela abertura da fissura crítica, e que, quanto maior o incremento de resistência devido as armaduras de cisalhamento maior será a abertura de fissuras, reduzindo a contribuição do concreto. Para KUERES e HEGGER (2018) e KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019) a parcela resistente do concreto é função de vários mecanismos de cisalhamento, como o efeito pino, o engrenamento dos agregados, e a resistência ao cisalhamento do bloco de compressão contornando o pilar em estágios finais de carregamento, sendo a resistência residual à tração se responsabilizando em estágios iniciais. O que leva a concluir que a parcela de resistência do concreto é influenciada pelo comportamento a flexão da laje.

Quanto à contribuição das armaduras de cisalhamento para a resistência à punção, RUIZ e MUTTONI (2009), BRANTSCHEN (2016) e KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019) assumem que a ativação das armaduras se dá pela abertura da fissura crítica de cisalhamento. As barras de aço são então solicitadas e o nível de tensão que elas desenvolvem depende da aderência na interface do concreto com as armaduras de cisalhamento, sendo limitada pela tensão de escoamento do aço.

Para REGAN (2000), BIRKLE (2004), FERREIRA (2010) e SILVA *et al.* (2013), a ancoragem é um fator que pode limitar a capacidade resistente da armadura de cisalhamento, uma vez que, de maneira geral, os conectores estão em condições desfavoráveis de ancoragem, dada a esbeltez do elemento de concreto. A Figura 2.7 apresenta a espécime C8 de FERREIRA *et al.* (2014) onde é observado a ruptura devido a falha de ancoragem da armadura de cisalhamento.

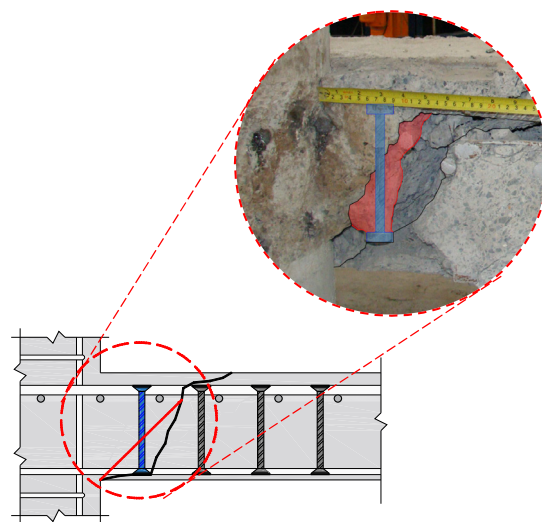


Figura 2.7 – Ruptura devido a falha de ancoragem da armadura de cisalhamento do espécime C8 de FERREIRA *et al.* (2014)

MARÍ *et al.* (2018) e FERREIRA *et al.* (2014) alertam que mesmo *studs* bem ancorados necessitam de melhor análise para quantificar sua contribuição, uma vez que não seja possível desenvolver tensão até o escoamento devido à sua posição em relação ao arrancamento do cone de concreto. A Figura 2.8 ilustra uma ruptura por punção, onde a primeira camada de armadura está muito próxima ao pilar e o espaçamento entre as camadas é superior aos limites estabelecido, logo é possível que sua ancoragem não seja eficiente.

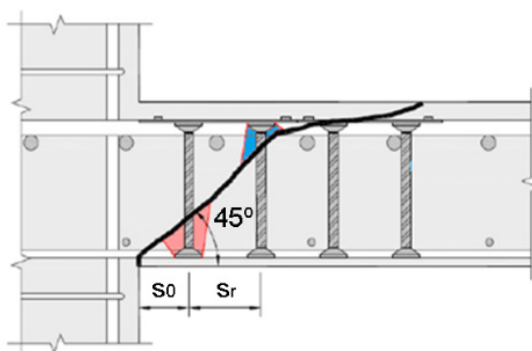


Figura 2.8 – Superfície de ruptura interceptando a armadura de cisalhamento (FERREIRA, 2010)

Destaca-se que as condições de ancoragem, no arrancamento, são influenciadas diretamente pelo grau de fissuração do concreto. Na Figura 2.8 é observado que na região inferior, destacada em vermelho, o conector pode estar em uma região não fissurada. Já a situação superior, destacada em azul, assume-se que o mesmo está em uma região de fissuração devido aos efeitos de flexão da laje, reduzindo tanto a resistência ao arrancamento desse conector quanto a rigidez ao escorregamento, como aponta ELIGEHAUSEN e BALOGH (1995).

A taxa de armadura de cisalhamento foi um ponto investigado por KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019). Os autores apresentam que a inclinação da superfície de ruptura é influenciada pela taxa de armadura de cisalhamento dos espécimes (ρ_w). Supõe-se então que com o acréscimo da taxa de armadura de cisalhamento a parcela resistida pelo concreto aumentará, porém resultados de RICKER e HÄUSLER (2014) indicam que para taxas de armadura de cisalhamento elevadas a resistência à punção é resistida somente pelas barras de cisalhamento posicionadas dentro de uma região próxima ao pilar.

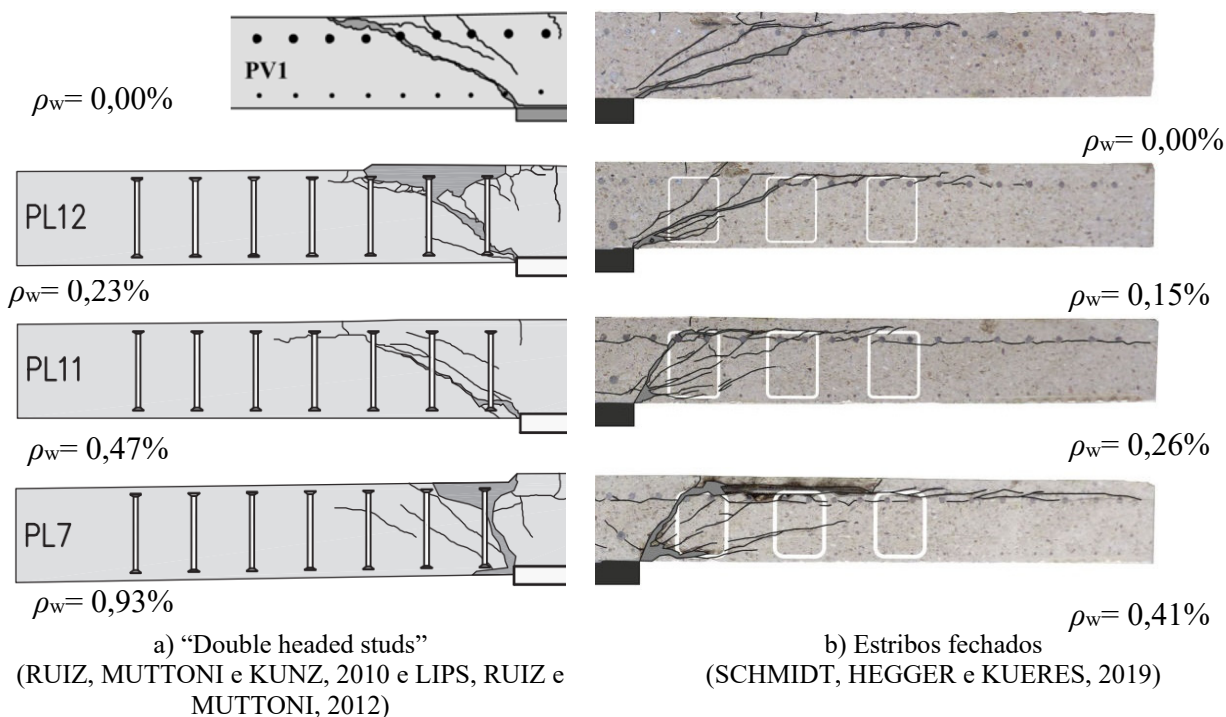


Figura 2.9 – Influência da taxa de armadura de cisalhamento na inclinação da superfície de ruptura dentro da região armada (KUERES, SCHMIDT e HEGGER, 2019)

2.4. MÉTODOS PARA ESTIMATIVA DE RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

Diversos modelos teóricos foram propostos para estimar a resistência à punção de ligações laje-pilar, sendo KINNUNEN e NYLANDER (1960) os primeiros a propor um modelo mecânico para esse fenômeno. O modelo consiste em dividir a ligação laje-pilar em segmentos rígidos limitados pelas fissuras radiais e tangenciais. Sob carregamento, o eixo neutro desse corpo rotaciona em torno de um “centro de rotação” (C.R.) localizado horizontalmente próximo ao pilar e verticalmente na parte superior de uma *conical shell* imaginária, como apresenta a Figura 2.10. A ruptura da ligação está relacionada, segundo os autores, à níveis críticos de deformações

tangenciais no concreto e no *conical shell*, atingindo valores de ruptura característicos para o concreto.

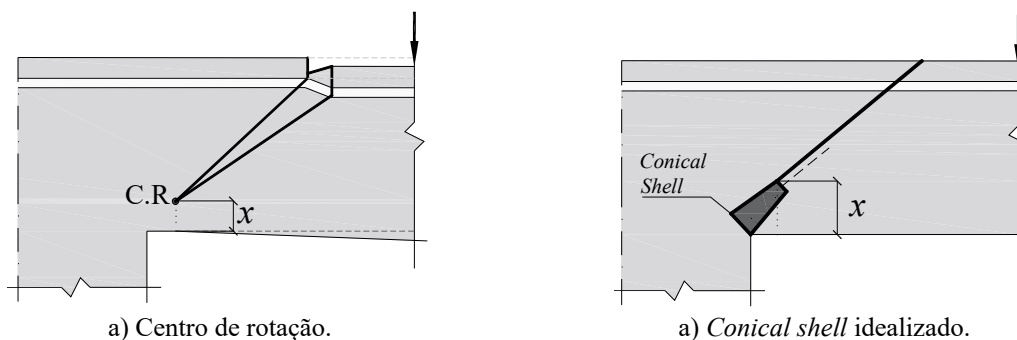


Figura 2.10 – Modelo mecânico de KINNUNEN e NYLANDER (1960).

GOMES e REGAN (1999) propõe um modelo mecânico onde a laje é dividida em três partes: pilar, sendo limitado pela fissura circunferencial na parte superior da laje; o corpo rígido proposto por KINNUNEN e NYLANDER (1960); e uma cunha de concreto separada por uma fissura interna inclinada à 25° , como apresenta a Figura 2.11. O modo de ruptura da ligação é verificado através de dois critérios: quando a tensão normal máxima na superfície de ruptura localizada fora da região das armaduras, afastada em $1,35 \cdot d$ da última camada, atinge a resistência à tração do concreto; e quando a tensão de cisalhamento em qualquer superfície, atinge a resistência ao escorregamento da armadura de cisalhamento.

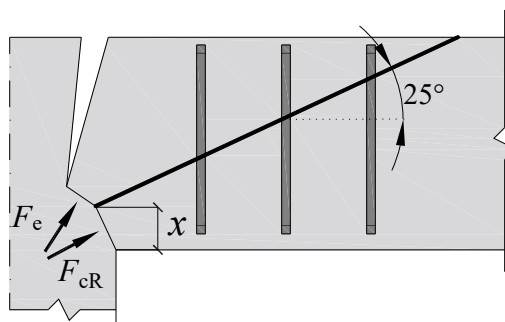


Figura 2.11 – Modelo mecânico proposto por GOMES e REGAN (1999).

O modelo proposto por BROMS (2005) assume que a resistência à punção da ligação laje-pilar é função da carga aplicada transferida ao pilar através de uma zona comprimida semelhante ao proposto por KINNUNEN e NYLANDER (1960). Esta zona de compressão é chamada pelo autor de *column capital*. Quando a deformação nessa região alcança valores críticos, o concreto começa a perder sua ligação interna, favorecendo a abertura da fissura de cisalhamento. Com a

utilização de armaduras de cisalhamento, parte da carga transmitida pelas bielas ao pilar torna-se mais íngreme, o que, segundo o autor, favorece a resistência do concreto.

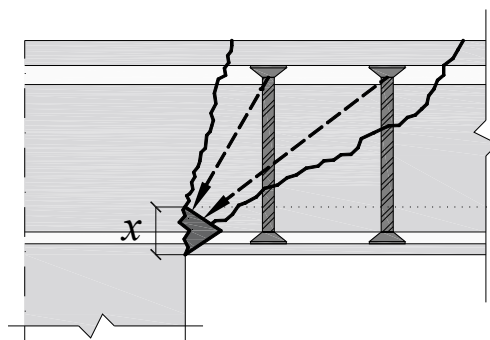


Figura 2.12 – Modelo mecânico para lajes armadas proposto por BROMS (2005).

MENÉTREY (2002) apresenta seu modelo analítico para previsão de ruptura de ligações laje-pilar baseado em simulações numéricas. O autor propõe que a resistência à punção pode correlacionar-se com a resistência a flexão da laje através da inclinação da superfície de ruptura (θ), esta que pode assumir valores entre 30 e 90°. MENÉTREY (2002) aponta que para superfícies inclinada à 30°, a resistência da ligação será função da resistência à punção. Para superfícies inclinadas à 90°, a resistência será função da resistência a flexão, e qualquer valor intermediário para θ a resistência será função de uma interação dos dois fenômenos.

A carga de ruptura por punção pode ser estimada através da integração das componentes verticais de tensão do concreto ao longo da superfície de ruptura e das componentes verticais das armaduras interceptadas pela superfície de ruptura (armadura de flexão, cisalhamento ou protensão) como apresentado na Figura 2.13. Logo, a superfície que apresentar menor resistência será encontrada de forma iterativa com a variação de θ .

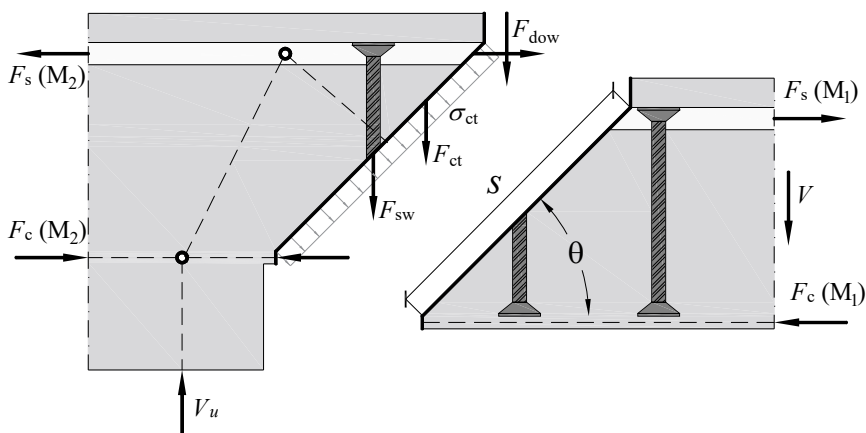


Figura 2.13 – Componentes de resistência à punção segundo MENÉTREY (2002).

DECHKA (2001) apresenta a investigação de planos de ruptura fixados para determinar a capacidade resistente de lajes armadas á punção, aplicando as equações do *shear friction*, propostas por LOOV (1998), assumindo que a tensão de cisalhamento em um plano de superfície de ruptura relaciona-se com a tensão normal desse plano e a resistência a compressão do concreto, sendo estas responsáveis pela resistência da ligação. A Figura 2.14 apresenta o diagrama de corpo livre de uma superfície de ruptura em uma ligação laje-pilar segundo o autor.

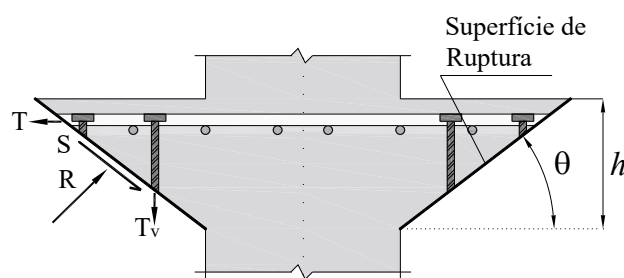


Figura 2.14 – Modelo mecânico do *shear friction* aplicado à uma ligação laje-pilar segundo DECHKA (2001).

Baseado nas propostas de DECKHA (2001), BIRKLE (2004) propõe que a resistência da ligação deve ser investigada em todos os planos de ruptura que respeitem $\theta_{\min} < \theta < \theta_{\max}$, sendo o limite máximo ($\theta_{\max}$) a superfície que não intercepte a próxima camada de armadura, dependendo da geometria da laje e do espaçamento entre camadas, e o limite mínimo ($\theta_{\min}$) fixado em 27° equivalente ao plano de ruptura de uma laje sem armadura de cisalhamento. Os planos de investigação são apresentados na Figura 2.15. Em todos os casos apresentados, deve-se respeitar um comprimento de ancoragem suficiente para a armadura de cisalhamento desenvolver tensão até o escoamento (d_{an}).

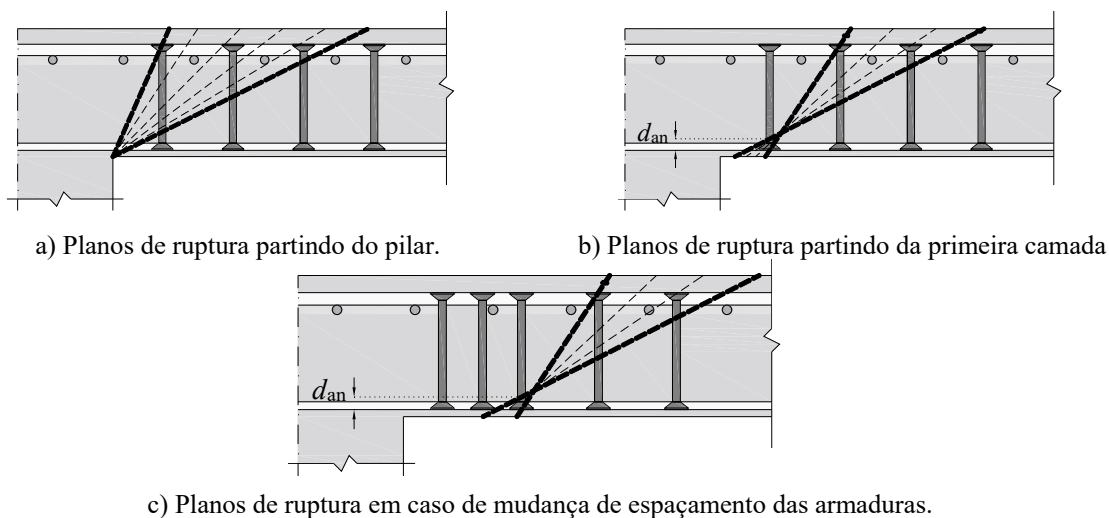


Figura 2.15 – Planos de investigação segundo BIRKLE (2004).

MUTTONI e SCHWARTZ (1991) e MUTTONI (2008) apresentaram a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (*Critical Shear Crack Theory* – CSCT). Segundo os autores, a resistência a punção de uma ligação laje-pilar está relacionada com a transferência da força cisalhante ao pilar através de um campo de compressão, como apresenta a Figura 2.16a. A resistência da biela está associada a abertura e rugosidade da fissura crítica que se desenvolve a um plano de 45° , sendo a rugosidade uma função das dimensões do agregado e a abertura da fissura uma função do produto da rotação com a altura útil da laje ($\psi \cdot d$).

RUIZ e MUTTONI (2009) apresentam o CSCT aplicado a ligações laje-pilar armadas ao cisalhamento. Segundo os autores, a resistência da ligação para ruptura cruzando a região armada ($V_{R,cs}$) será um somatório das parcelas do concreto, equivalente à proposta do CSCT, e das armaduras de cisalhamento. A contribuição das armaduras será função também do produto $\psi \cdot d$ e de suas condições de aderência, sendo um somatório de todas as camadas interceptadas pela fissura crítica de cisalhamento, como apresenta a Figura 2.16b. O método ainda propõe equações para a ruptura por esmagamento da biela ($V_{R,max}$) e ruptura por tração diagonal fora da região das armaduras ($V_{R,out}$).

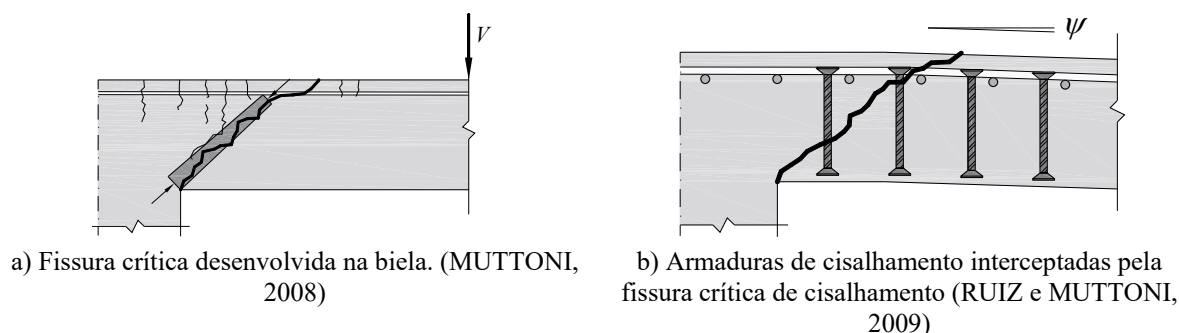


Figura 2.16 – Teoria da fissura crítica aplicada à ligações laje-pilar.

BOMPA e ONET (2016) propõe que a força de cisalhamento é transferida da laje ao pilar através de um campo de tensão de compressão. A capacidade de resistência da ligação está associada à formação de um cone de concreto que se desloca da laje, apresentado na Figura 2.17, limitado geometricamente pela dimensão do pilar (C), a altura útil (d) e a inclinação da fissura de cisalhamento (θ), esta que se desenvolve no campo de compressão e pode variar entre $20^\circ \leq \theta \leq 49^\circ$. Além de associar a resistência da ligação ao deslocamento do cone imaginário, os autores apontam que esta é função também de mecanismos de resistência ao cisalhamento do concreto, como o engrenamento dos agregados e o efeito pino das armaduras de flexão.

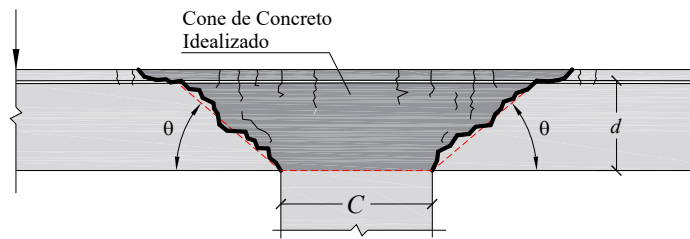


Figura 2.17 – Modelo proposto por BOMPA e ONET (2016)

MARÍ *et al.* (2018) propõe a aplicação do *Multi-Action Shear Strenght Model* – MASM em ligações laje-pilar para previsão de carga de ruptura. Segundo o método, a resistência a punção é uma relação quase linear da razão da altura da linha neutra pela altura útil da laje (x/d), resistência à tração do concreto, altura útil da laje e as dimensões do pilar. Quando armadas à punção, a contribuição das armaduras de cisalhamento será o somatório das camadas localizadas no perímetro crítico, o qual, segundo os autores, encontra-se numa região afastada entre s_{crit} e $1,5 \cdot d$ do pilar, sendo s_{crit} a distância entre o pilar e a fissura tangencial a ele. Resultados experimentais mostraram que s_{crit} pode variar entre $0,4 \cdot d$ à $0,7 \cdot d$. De forma a simplificar a aplicação do método para dimensionamento de ligações, MARÍ *et al.* (2018) propõe a utilização de $s_{crit} = 0,5 \cdot d$.

KUERES e HEGGER (2018) apresentam o *Two-Parameter Kinematic Theory* na previsão de resistência à punção de ligações laje-pilar. Segundo o método, a deformada da ligação será função de dois graus de liberdade oriundos do *kinematic model*, sendo estes as deformações de flexão ($\epsilon_{t,avg}$) e o deslocamento vertical (δ_t) como apresentado na Figura 2.18a. Conhecida a deformada, é possível calcular-se a contribuição dos mecanismos de resistência ao cisalhamento do concreto, sendo estes: a tensão residual de tração do concreto, o engrenamento dos agregados, o efeito pino e a contribuição da zona comprimida ao longo da área carregada. A resistência da ligação, ou a parcela de contribuição do concreto ($V_{R,c}$) será o somatório desses mecanismos de resistência.

Para lajes armadas ao cisalhamento e ruptura cruzando a região armada, KUERES, SCHIMDT e HEGGER (2019) propõem que a resistência à punção será função da parcela de contribuição do concreto, conforme proposto em KUERES e HEGGER (2018), acrescida da contribuição das armaduras de cisalhamento. A contribuição das armaduras de cisalhamento é função da abertura da fissura crítica de cisalhamento, calculada através de parâmetros relacionado com a aderência. A abertura da fissura crítica está relacionada aos graus de liberdade $\epsilon_{t,avg}$ e δ_t . Para

determinar as camadas que de fato irão contribuir na resistência, os autores propõe a variação da inclinação da superfície de ruptura (θ) em planos de $75^\circ \geq \theta \geq 25^\circ$ como apresenta a Figura 2.18b. Os planos sugeridos podem ter como ponto de partida a interseção inferior da laje com o pilar e a primeira camada de armadura de cisalhamento. De forma iterativa, a resistência da ligação será a que apresentar menor somatório das parcelas contribuintes do concreto e aço.

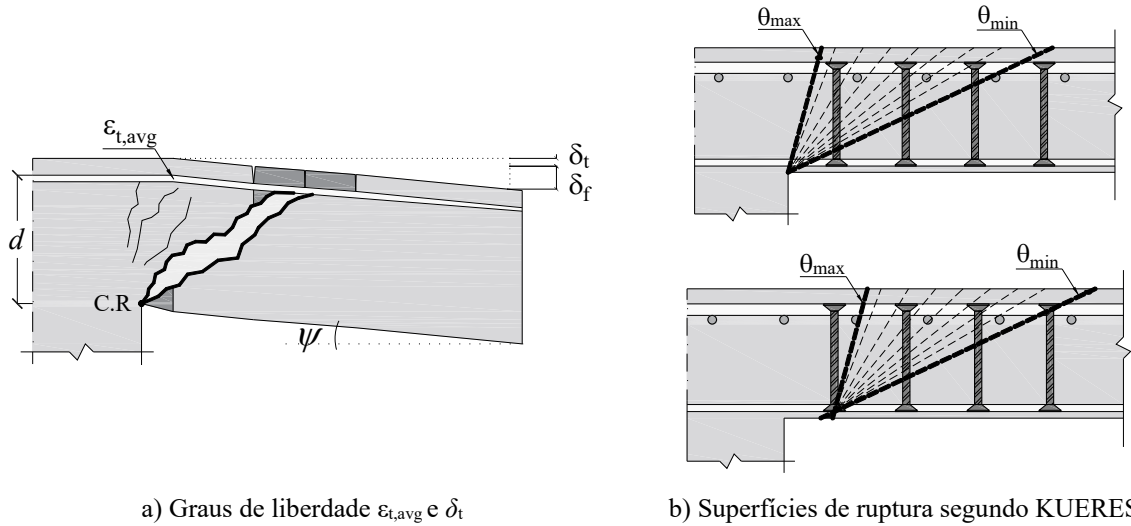


Figura 2.18 – *Two-Parameter Kinematic Theory* aplicado a ligações laje-pilar.

3. MÉTODOS NORMATIVOS PARA ESTIMATIVA DE RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

Os modelos normativos do ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2014), ABNT NBR 6118 (2014) e do *fib* Model Code 2010 (2013), assim como a nova proposta de atualização do Eurocode, o prEurocode 2 (2018), apresentam recomendações para o dimensionamento de lajes lisas de concreto armado. De uma forma geral, estes modelos assumem que a resistência à punção de lajes sem armaduras de cisalhamento ($V_{R,c}$) pode ser estimada com base em uma tensão resistente (τ_{Rc}) atuando em uma área de controle ($u_1 \cdot d$). No caso de lajes com armaduras de cisalhamento, para a possibilidade de ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento ($V_{R,cs}$), os modelos assumem que a resistência da laje será dada pelo somatório de parcelas contribuintes do concreto, semelhante à uma mesma laje sem armadura de cisalhamento, e a contribuição das armaduras de cisalhamento ($V_{R,s}$). Essa resistência é limitada através de uma resistência máxima devido ao esmagamento da biela próxima ao pilar ($V_{R,max}$). A ruptura externa a região armada ($V_{R,out}$) pode ser evitada e ter sua verificação dispensada com o detalhamento de várias camadas de armadura.

3.1. ACI 318 (2019)

O ACI 318 (2019) estima a resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento através de uma tensão resistente aplicada em um perímetro de controle afastado do pilar à uma distância igual à $d/2$, considerando uma fissura de punção com um plano de ruptura à 45° . A força resistente é apresentada na Equação 3.1, onde a mesma é determinada como a menor entre as três equações apresentadas.

$$V_{Rc,ACI} = \min \begin{cases} 0,33 \cdot \sqrt{f_c} \cdot k \cdot u_1 \cdot d \\ 0,17 \cdot (1 + 2/[a/b]) \cdot \sqrt{f_c} \cdot k \cdot u_1 \cdot d \\ 0,083 \cdot (40 \cdot d/u_1 + 2) \cdot \sqrt{f_c} \cdot k \cdot u_1 \cdot d \end{cases} \quad (3.1)$$

Onde:

f_c é a resistência à compressão do concreto limitada ao valor máximo de 69 MPa;

u_1 é o perímetro de controle em mm;

d é a altura útil da laje em mm.

a é a maior dimensão do pilar

b a menor dimensão do pilar.

k é o efeito de escala (*size effect*) definido por $k = \sqrt{2/(1 + 0,004 \cdot d)} \leq 1,00$

Para lajes armadas à punção, o ACI 318 (2019) prescreve a verificação de três modos de ruptura: dentro da região armada (V_{Rcs}), fora da região armada (V_{Rout}) e o esmagamento da biela ($V_{Rmáx}$).

$$V_{Rcs,ACI} = 0,75 \cdot V_{Rc,ACI} + A_{sw} \cdot \sigma_w \cdot (d/s_r) \leq V_{Rmax,ACI} \quad (3.2)$$

$$V_{Rout,ACI} = 0,17 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_{out} \cdot d \quad (3.3)$$

$$V_{Rmax,ACI} = 0,66 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \quad (3.4)$$

Onde:

A_{sw} é a área de aço da armadura de cisalhamento na seção transversal em um perímetro afastado $d/2$ do pilar, conforme apresentado na Figura 3.1;

$\sigma_{w,ef}$ é a tensão efetiva da armadura de cisalhamento limitada ao valor de 420 MPa;

s_r é o espaçamento entre camadas das armaduras de cisalhamento;

u_{out} é o perímetro de controle afastado $d/2$ da última camada de armadura de cisalhamento, como mostra a Figura 3.1.

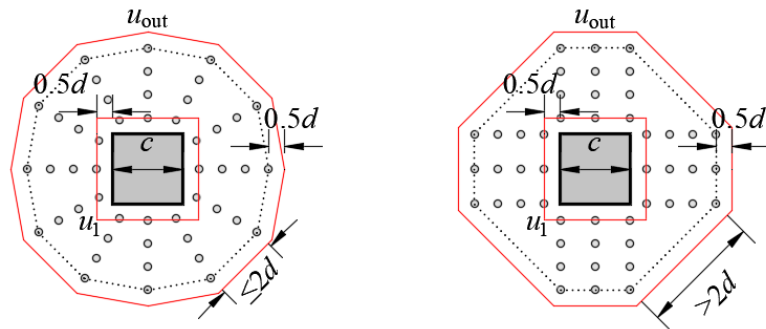


Figura 3.1 – Perímetro de controle segundo o ACI 318 (2019).

3.2. Eurocode 2 (2014)

A verificação da resistência à punção de lajes lisas sem armadura de cisalhamento deve ser feita levando em consideração um perímetro de controle afastado $2 \cdot d$ da face do pilar, considerando uma fissura com inclinação hipotética igual a $26,6^\circ$, tal como apresentado na Figura 3.2. Para o

cálculo da tensão resistente, as recomendações da norma europeia, dividida em três documentos, CEN EN 1992-1-1 (2004), CEN EN 1992-1-1/AC (2010) e BSI BS EN 1992-1-1:2004/A1 (2014), ou simplesmente Eurocode 2 (2014), utilizam equações empíricas que levam em conta a resistência à compressão do concreto (f_c), taxa de armadura de flexão (ρ), e o efeito de escala (k). A Equação 3.5 apresenta a estimativa de resistência à punção para casos sem armadura de cisalhamento:

$$V_{Rc,EC2} = 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \geq v_{\min} \cdot u_1 \cdot d \quad (3.5)$$

Onde:

k é um parâmetro que considera o efeito de escala, obtido através de $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$, com d em mm;

ρ é a média geométrica da taxa de armadura de flexão nas duas direções calculada por $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02$ onde ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura de flexão da laje nas direções x e y, levando em consideração apenas uma faixa de laje igual à dimensão do pilar naquela direção acrescida de $3 \cdot d$ para cada lado.

f_c é a resistência à compressão do concreto;

u_1 é o perímetro de controle afastado a $2 \cdot d$ da face do pilar, conforme Figura 3.2;

d é a altura útil da laje.

$v_{\min}$ é a tensão resistente mínima para o caso de taxas de armadura de flexão muito baixas.

Obtida através de $v_{\min} = 0,035 \cdot k^{2/3} \cdot \sqrt{f_c}$.

Para lajes armadas à punção o CEN EN 1992-1-1 (2014) prescreve a verificação dos três modos de ruptura. Para o V_{Rcs} , (Equação 3.6), a norma considera 75% da resistência à punção em lajes sem armadura de cisalhamento somado à parcela de contribuição das armaduras dentro da área de influência do perímetro de controle; a Equação 3.7 apresenta o V_{Rout} no qual deve ser verificado considerando que a tensão resistente é aplicada em um perímetro de controle afastado $1,5 \cdot d$ da última camada de armaduras, tal como apresentado na Figura 3.2; e pôr fim a Equação 3.8 apresenta a estimativa de resistência para o $V_{Rmáx}$.

$$V_{Rcs,EC2} = 0,75 \cdot V_{Rc,EC2} + 1,5 \cdot (d/s_r) \cdot A_{sw} \cdot \sigma_{w,ef} \leq 1,5 \cdot V_{Rc,EC2} \quad (3.6)$$

$$V_{Rout,EC2} = 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \quad (3.7)$$

$$V_{R_{\max,EC2}} = 0,4 \cdot f_c \cdot v \cdot u_0 \cdot d \quad (3.8)$$

Onde:

A_{sw} é a área de aço da armadura de cisalhamento na seção transversal em um perímetro afastado $2 \cdot d$ do pilar, conforme apresentado na Figura 3.2;

$\sigma_{w,ef}$ é a tensão efetiva na armadura de cisalhamento, a qual deve ser calculada através, $\sigma_{w,ef} = 1,15 \cdot (250 + 0,25 \cdot d) \leq f_{yw}$, sendo f_{yw} a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento;

s_r é o espaçamento entre camadas das armaduras de cisalhamento;

u_{out} é o perímetro de controle afastado $1,5 \cdot d$ da última camada de armadura de cisalhamento, conforme Figura 3.2;

v é o fator de redução da eficiência da resistência à compressão do concreto da biela, devida a localização em zonas de tensões de tração diagonal. Dado por $v = 0,6 \cdot (1 - f_c / 250)$;

u_0 é o perímetro do pilar.

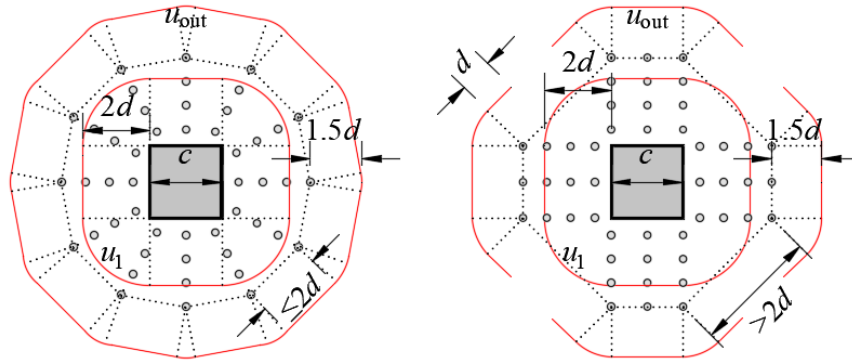


Figura 3.2 – Perímetro de controle segundo o CEN EN 1992-1-1 (2014)

3.3. ABNT NBR 6118 (2014)

A NBR 6118 (2014) e o CEN EN 1992-1-1 (2014) baseiam seus modelos de cálculos nas recomendações do documento CEB-FIP MC90 (1993). A principal diferença entre os modelos normativos dá-se pelo fato da norma brasileira não limitar os valores do efeito escala e da taxa de armadura de flexão. A Equação 3.9 apresenta a estimativa de resistência para lajes sem armadura de punção, desconsiderando os coeficientes de segurança da norma brasileira.

$$V_{Rc,NBR} = 0,182 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \quad (3.9)$$

Onde:

k é um parâmetro que considera o efeito de escala, obtido através de $k = 1 + \sqrt{200/d}$, com d em mm;

ρ é a média geométrica da taxa de armadura de flexão nas duas direções calculada por $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ onde ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura de flexão da laje nas direções x e y, levando em consideração apenas uma faixa de laje igual à dimensão do pilar naquela direção acrescida de $3 \cdot d$ para cada lado.

f_c é a resistência à compressão do concreto;

u_1 é o perímetro de controle afastado a $2 \cdot d$ da face do pilar conforme apresentado na Figura 3.3;

d é a altura útil da laje.

Para a estimativa de resistência de uma laje com armadura de punção, a norma brasileira segue o mesmo padrão das normas apresentadas anteriormente, recomendando a verificação dos três modos de ruptura, apresentados nas Equações 3.10, 3.11 e 3.12:

$$V_{Rcs,NBR} = 0,77 \cdot V_{Rc,NBR} + 1,5 \cdot (d/s_r) \cdot A_{sw} \cdot \sigma_{w,ef} \quad (3.10)$$

$$V_{Rout,NBR} = 0,182 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \quad (3.11)$$

$$V_{Rmax,NBR} = 0,54 \cdot f_c \cdot v \cdot u_0 \cdot d \quad (3.12)$$

Onde:

A_{sw} é a área de aço da armadura de cisalhamento na seção transversal em um perímetro afastado $2 \cdot d$ do pilar, conforme apresentado na Figura 3.3;

$\sigma_{w,ef}$ é a tensão efetiva na armadura de cisalhamento do tipo *stud*, a qual deve ser calculada através de interpolação, dependendo da altura da laje, sendo $\sigma_{w,ef} = f_{yw} \leq 345$ MPa para $h \leq 150$ mm ou $\sigma_{w,ef} = f_{yw} \leq 228,75 + 0,775 \cdot h \leq 500$ MPa para $h \geq 150$ mm, sendo f_{yw} a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento;

s_r é o espaçamento entre camadas das armaduras de cisalhamento;

u_{out} é o perímetro de controle afastado a $2 \cdot d$ da última camada de armadura de cisalhamento, conforme Figura 3.3;

v é o fator de redução da eficiência da resistência à compressão do concreto da biela, devida a localização em zonas de tensões de tração diagonal dado por $v = 0,6 \cdot (1 - f_c / 250)$;

u_0 é o perímetro do pilar.

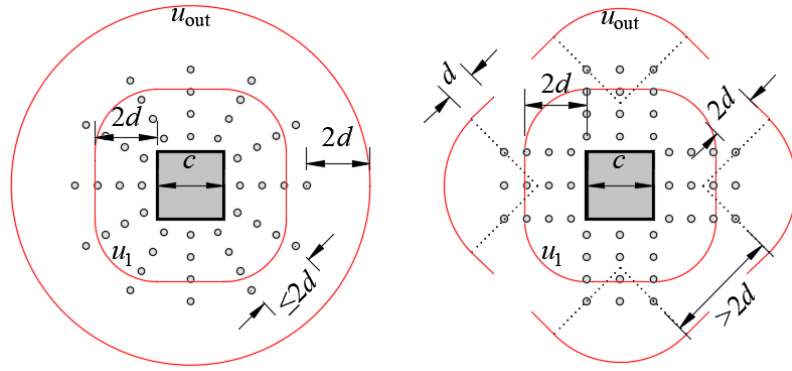


Figura 3.3 – Perímetro de controle segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

3.4. *fib* Model Code 2010 (2013)

As recomendações para a previsão da resistência à punção do *fib* Model Code 2010 (2013) baseiam-se na teoria da fissura crítica apresentada por MUTTONI e SCHWARTZ (1991), MUTTONI (2008) e RUIZ e MUTTONI (2009), onde os autores acreditam que a resistência à punção é função da rotação da laje (ψ), esta última sendo função da carga aplicada e da resistência à flexão da laje. Devido a rotação ser função da carga aplicada, para calcular a estimativa de resistência da laje é necessário realizar um processo iterativo até que a condição de carga solicitante seja igual à resistência ($V=V_R$). A verificação à punção, segundo o *fib* Model Code 2010 (2013), é apresentado na Equação 3.13:

$$V_{Rc,MC10} = k_{\psi} \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d_v \quad (3.13)$$

Na equação acima o perímetro de controle (u_1) pode ser obtido conforme a Figura 3.4 e k_{ψ} é um parâmetro que depende da rotação da laje conforme a Equação 3.14:

$$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \leq 0,6 \quad (3.14)$$

Onde:

k_{dg} é o fator que leva em consideração a rugosidade da superfície de fissura, definido por $k_{dg} = 32 / (16 + d_g) \geq 0,75$, sendo d_g o diâmetro máximo do agregado.

Outra diferença do *fib* Model Code 2010 (2013) para as outras recomendações é que ele apresenta diversos níveis de aproximação para estimar a rotação da laje. O nível I é indicado

para um rápido pré-dimensionamento das lajes, e estimado conforme a Equação 3.15. O nível II é recomendado para o caso típico de dimensionamento de novas estruturas, estimado conforme a Equação 3.16. O nível III de aproximação é indicado para as verificações especiais em estruturas existentes, reduzindo a constante para prever a rotação com maior precisão, a qual pode ser estimada pela Equação 3.17. O nível IV é utilizado apenas em casos de verificações especiais em que se sabe minuciosamente as características dos materiais e detalhamento das armaduras, obtendo a rotação da laje a partir de modelos computacionais não lineares.

$$\psi_I = 1,5 \cdot \frac{r_q}{d} \cdot \frac{f_{yw}}{E_{sw}} \quad (3.15)$$

$$\psi_{II} = 1,5 \cdot \frac{r_q}{d} \cdot \frac{f_{yw}}{E_{sw}} \cdot \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{3/2} \quad (3.16)$$

$$\psi_{III} = 1,2 \cdot \frac{r_q}{d} \cdot \frac{f_{yw}}{E_{sw}} \cdot \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{3/2} \quad (3.17)$$

Onde:

r_q é o raio de carregamento das lajes;

f_{yw} é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento;

E_{sw} é o módulo de elasticidade da armadura de cisalhamento;

m_s é o momento solicitante da laje, sugerido pelo *fib* Model Code 2010 (2013) como $m_s = V / 8$ para pilares internos;

m_R é o momento resistente da laje, obtido através de $m_R = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot (1 - 0,5 \cdot \rho \cdot f_{ys} / f_c)$.

Sendo f_{ys} a tensão de escoamento da armadura de flexão e ρ a taxa de armadura de flexão.

Na estimativa de resistência de lajes armadas com ruptura interna a região das armaduras (V_{Rcs}), o *fib* Model Code 2010 (2013) assume como equação o somatório da parcela resistente do concreto somada com a força resistida pelas armaduras em um perímetro de controle localizado entre $0,35 \cdot d$ e d da face do pilar, tal como apresentado na Figura 3.4 e formulado na Equação 3.18. Para determinar a tensão atuante na armadura de cisalhamento (ρ_{sw}) utiliza-se um procedimento apresentado na Equação 3.19. Para a ruptura externa a região das armaduras (V_{Rout}), é considerada a resistência em um plano de corte definido a uma distância entre o centroide da armadura de flexão e a base da armadura de cisalhamento (d_{out}), e o perímetro de

controle afastado em uma distância igual à $0,5 \cdot d_{out}$ com uma distância circunferencial entre as armaduras máxima de $3 \cdot d_{out}$, tal como apresentado na Figura 3.4. A resistência pelo esmagamento da biela ($V_{Rm\acute{a}x}$) é apresentada na Equação 3.20 sendo uma multiplicação do V_{Rc} por um fator que considera o desempenho da armadura de cisalhamento utilizada (k_{sys}), com valor igual a 2,8 para *studs*.

$$V_{Rcs,MC10} = V_{Rc,MC10} + A_{sw} \cdot m_c \cdot \sigma_{sw} \quad (3.18)$$

$$\sigma_{sw} = 1,15 \cdot \frac{E_{sw} \cdot \psi}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_b}{f_{yw}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{yw} \quad (3.19)$$

$$V_{Rout,MC10} = k_\psi \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_{out} \cdot d_{out} \quad (3.20)$$

$$V_{Rmax,MC10} = 2,8 \cdot V_{Rc,MC10} \leq \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \quad (3.21)$$

Onde:

f_b é a tensão de aderência das armaduras de cisalhamento, obtido por $f_b = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \sqrt{f_c/25}$,

$$\eta_1 = \begin{cases} 1,75 \rightarrow \text{barras de alta aderencia} \\ 1,40 \rightarrow \text{barras aderidas com resina epoxy} \\ 0,90 \rightarrow \text{barras lisas} \end{cases} \quad \text{e} \quad \eta_2 = \begin{cases} 1,20 \rightarrow f_{yw} = 400MPa \\ 1,00 \rightarrow f_{yw} = 500MPa \\ 0,85 \rightarrow f_{yw} = 600MPa \\ 0,75 \rightarrow f_{yw} = 700MPa \\ 0,68 \rightarrow f_{yw} = 800MPa \end{cases} ;$$

ϕ_w é o diâmetro da armadura de cisalhamento;

d_{out} é a altura útil menos o cobrimento;

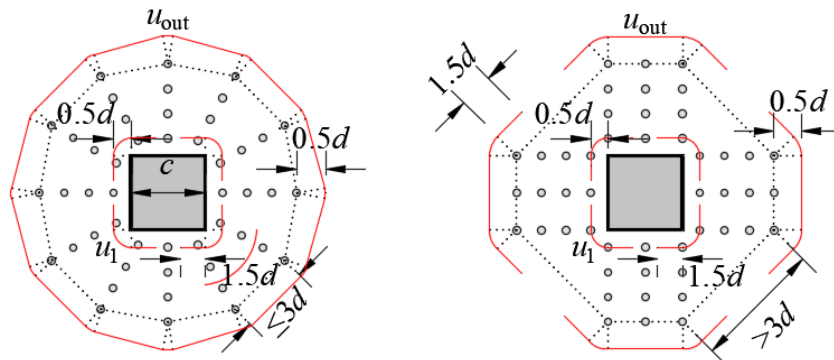


Figura 3.4 – Perímetro de controle segundo o *fib* Model Code 2010 (2013).

3.5. PT1 prEN 1992-1-1 (2018)

A nova proposta de atualização da norma europeia, o prEurocode 2 (2018), é apresentado por SCHMIDT, KUERES e HEGGER (2020). As novas previsões de resistência de uma ligação laje-pilar são baseadas em simplificações das equações do *fib* Model Code 2010 (2013), sendo a principal mudança a simplificação da interação carga-rotação com o critério de ruína. A Equação 3.22 apresenta a estimativa de resistência de uma ligação laje-pilar sem armadura de cisalhamento:

$$V_{Rc,prEC2} = 0,6 \cdot k_{pb} \cdot \left(100 \cdot \rho \cdot f_c \cdot \frac{d_{dg}}{d} \right)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \leq 0,6 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \quad (3.22)$$

Onde:

k_{pb} é um coeficiente para controlar o incremento de resistência e definido por $k_{pb} = \sqrt{40 \cdot (d/u_1)} \leq 2,5$, onde u_1 é o perímetro de controle afastado $0,5 \cdot d$ da face do pilar, semelhante ao apresentado pelo *fib* Model Code 2010 (2013) (ver Figura 3.4);

ρ é a média geométrica da taxa de armadura de flexão nas duas direções calculada por $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02$ onde ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura de flexão da laje nas direções x e y, levando em consideração apenas uma faixa de laje igual à dimensão do pilar naquela direção acrescida de $3 \cdot d$ para cada lado;

f_c é a resistência à compressão do concreto;

d_{dg} é um parâmetro para levar em consideração as propriedades do agregado, definido por $d_{dg} = 16 + d_g \leq 40$, sendo d_g o diâmetro máximo dos agregados;

d é a altura útil da laje.

Tratando ainda de uma proposta de atualização, para lajes armadas à punção, é apresentado somente as equações para ruptura cruzando a região das armaduras (Equação 3.23) e por esmagamento do concreto adjacente ao pilar (Equação 3.24), sendo esta uma multiplicação de V_{Rc} por 1,8 em caso de utilização de “*studs*” como armadura de cisalhamento.

$$V_{Rcs,prEC2} = \eta_c \cdot V_{Rc,prEC2} + \eta_s \cdot \rho_w \cdot f_{yw} \cdot u_1 \cdot d \quad (3.23)$$

$$V_{Rmax,prEC2} = 1,8 \cdot V_{Rc,prEC2} \quad (3.24)$$

Onde:

η_c é um fator de redução da parcela de contribuição do concreto, definido por $\eta_c = V_{Rc,prEC2} / V_s$, sendo V_s a força solicitante na laje;

η_s é um fator de redução da parcela de contribuição das armaduras de cisalhamento, definido

$$\text{por } \eta_s = \sqrt{(15 \cdot d_{dg}) / d} \cdot \left[1 / (\eta_c \cdot k_{pb})^{1,5} \right] \leq 0,8$$

ρ_w é a taxa de armadura de cisalhamento definida por $\rho_w = A_{sw,1+2} / (2 \cdot s_r \cdot u_l)$ onde $A_{sw,1+2}$ é a média entre as áreas de aço da primeira e segunda camada de armadura de cisalhamento e s_r é o espaçamento entre camadas de armadura de cisalhamento;

f_{yw} é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.

4. MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESISTÊNCIA MÍNIMA AO CISALHAMENTO

O Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (SRMC) ou *Surface of Minimum Shear Resistance* – (SMSR), permite a investigação da resistência à punção de ligações laje-pilar com armaduras de cisalhamento para ruptura por tração diagonal dentro da região armada. Seu desempenho foi avaliado por FERREIRA (2010) por meio de um banco de dados com 30 lajes armadas com *double-headed stud* com arranjo radial. O método SRMC obteve boa correlação dos resultados ao avaliar a razão da carga de ruptura experimental pela prevista pelo método (V_u/V_{SMSR}), obtendo desvio padrão e média iguais à 0,16 e 1,08, respectivamente.

Baseado na proposta inicial de FERREIRA (2010), o método SRMC será apresentado neste trabalho de forma detalhada, desde sua fundamentação teórica até o desenvolvimento e calibração de parâmetros para surgimento de seu formato simplificado. Além disso, serão realizadas novas propostas para o método, como a aplicação para arranjos cruciforme, ampliação das superfícies de ruptura investigadas, fundamentações para propor um parâmetro de rendimento da armadura de cisalhamento baseado em suas condições de ancoragem e a avaliação do comportamento do método para ruptura por esmagamento do concreto próximo ao pilar ($V_{R,max}$).

4.1. Considerações Gerais do Método SRMC

A resistência à punção segundo o método (V_{SMSR}) é determinada como um somatório das contribuições dadas pelo concreto ($V_{R,c}$) e pelas armaduras de cisalhamento ($V_{R,s}$). No método, tanto a contribuição do concreto quanto a das armaduras de cisalhamento, variam como uma função da inclinação da superfície de ruptura (θ). O método propõe a investigação sistemática de diferentes superfícies de ruptura, sendo a resistência à punção determinada para a superfície com o menor valor de resistência ao cisalhamento.

A inclinação da superfície de ruptura, além de influenciar na capacidade resistente do concreto, também pode limitar a capacidade de contribuição das armaduras de cisalhamento na resistência à punção, devido não apenas ao número de camadas efetivamente mobilizadas na ruptura, mas

também devido à perda de ancoragem. A Figura 4.1 exemplifica situações onde o ângulo da superfície crítica pode afetar a capacidade de ancoragem da armadura de cisalhamento. Deve-se observar que o simples fato da fissura interceptar a armadura não garante que ela possa desenvolver sua eficiência máxima, uma vez que o comprimento de ancoragem pode não ser suficiente para garantir que a armadura desenvolva tensão até o escoamento, como exemplificado nas camadas 1 e 3 da Figura 4.1a. Conforme descrito por KUERES, SCHMIDT e HEGGER (2019), o aumento da taxa de armadura de cisalhamento pode favorecer que menos camadas de armadura sejam efetivas quanto ao plano de ruptura, podendo levar à situação apresentada na Figura 4.1c, onde a resistência da ligação será somente em função dos mecanismos de resistência associados ao concreto.

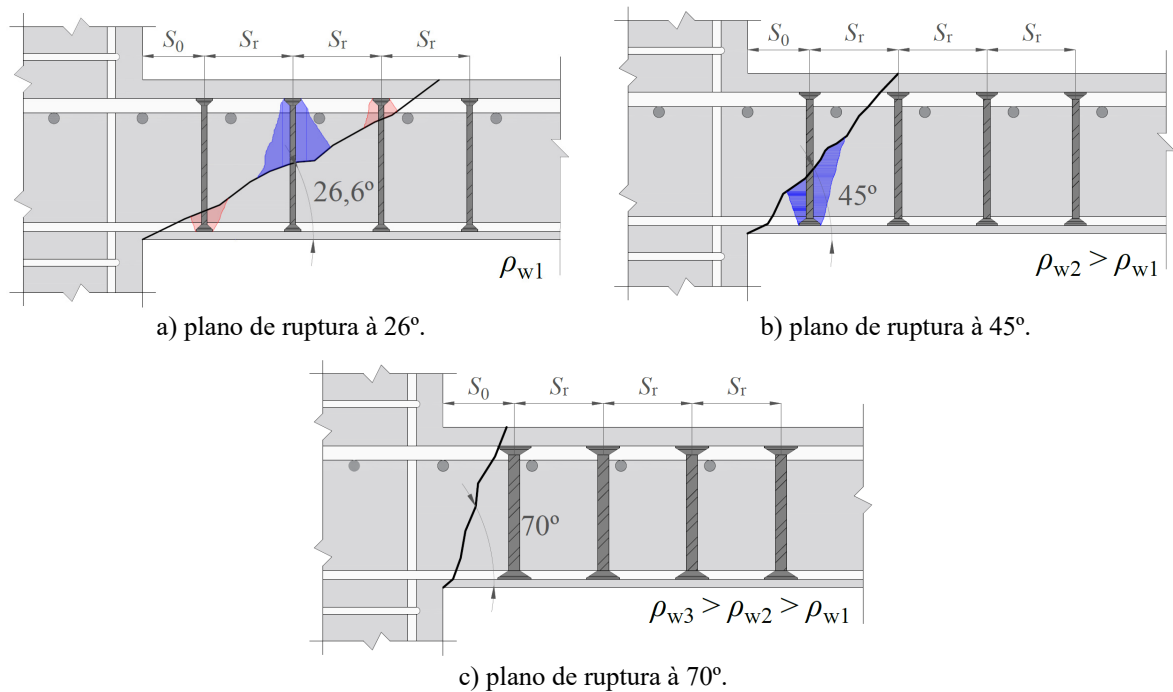


Figura 4.1 – Influência da angulação da superfície de ruptura no desempenho da armadura de cisalhamento.

Em seu formato mais abrangente, o método propõe que a contribuição da resistência das armaduras de cisalhamento ($V_{R,s}$) seja feita pela verificação da força de arrancamento do conector de aço, tal como é proposto pelo *fib* Bulletin 58 (2011), expresso na Equação 4.1.

$$N_u = k_1 \cdot \sqrt{f_c} \cdot h_{ef}^{1,5} \quad (4.1)$$

Onde:

N_u é a força de arrancamento do conector;

k_1 é um fator para levar em consideração o grau de fissuração do concreto, assumindo $k_1 = k_{cr} = 8,9$ em casos de concreto fissurado e $k_1 = k_{uncr} = 12,7$ em casos de concreto não fissurado;
 h_{ef} é o comprimento de embutimento do conector de aço, podendo ser superior ($h_{ef,sup}$) ou inferior ($h_{ef,inf}$);
 f_c é a resistência à compressão do concreto.

Devido aos efeitos de flexão da laje, o embutimento do conector pode estar em uma região fissurada (superior) ou não fissurada (inferior), o que influencia na resistência ao arrancamento. Portanto, a resistência proveniente das armaduras de cisalhamento será a que apresentar menor resistência ao arrancamento em cada comprimento de embutimento interceptado pela fissura de cisalhamento, limitado pela força de escoamento do aço. A Figura 4.2 apresenta uma síntese de aplicação para o caso de somente a primeira camada de armadura for interceptada pela superfície de ruptura e a Equação 4.2 a contribuição da armadura de cisalhamento para o método em seu formato geral.

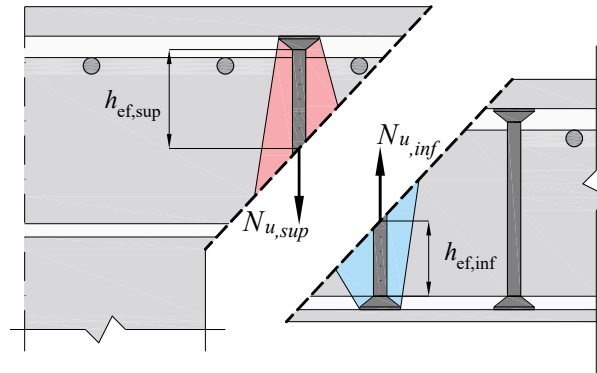


Figura 4.2 – Contribuição da armadura de cisalhamento para o método SRMC em seu formato geral.

$$V_{R,s} = \min(N_{u,sup}; N_{u,inf}) = \min \begin{cases} k_{cr} \cdot \sqrt{f_c} \cdot h_{ef,sup}^{1,5} \cdot N_{stud,cam} \\ k_{uncr} \cdot \sqrt{f_c} \cdot h_{ef,inf}^{1,5} \cdot N_{stud,cam} \end{cases} \leq A_{sw,cam} \cdot f_{yw} \quad (4.2)$$

Onde:

$N_{u,sup}$ é a força de arrancamento do embutimento superior do conector;

$N_{u,inf}$ é a força de arrancamento do embutimento inferior do conector;

$N_{stud,cam}$ é a quantidade de conectores na camada de armadura interceptada pela superfície de ruptura;

$A_{sw,cam}$ é a área de aço de armaduras de cisalhamento interceptada pela superfície de ruptura;

f_{yw} é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.

O método propõe a investigação sistemática de um número n de superfícies de ruptura, conforme ilustrado na Figura 4.3. A investigação de superfícies na ligação laje-pilar parte inicialmente do ponto 0, localizado na face do pilar, e cuja inclinação varia de um $\theta_{\max}$, dependente do espaçamento s_0 das armaduras, até um $\theta_{\min} = 26,6^\circ$. É possível que o plano crítico de ruína não se inicie necessariamente na face do pilar, mas sim em camadas subsequentes das armaduras de punção, cuja inclinação varia também de um $\theta_{\max}$, este que agora depende do espaçamento s_r das armaduras, até um $\theta_{\min} = 26,6^\circ$. Este processo sistemático é repetido para todas as camadas de armaduras. No caso das verificações das superfícies de ruptura que iniciam a partir da primeira camada de armaduras de cisalhamento (ponto 1 na Figura 4.3), deve-se atentar que nas estimativas de resistência, deve-se considerar a altura útil reduzida (d_v), sendo ela a distância entre o centroide das barras de flexão tracionadas até o topo da ancoragem inferior da armadura de cisalhamento, ou seja, o ponto de partida da verificação.

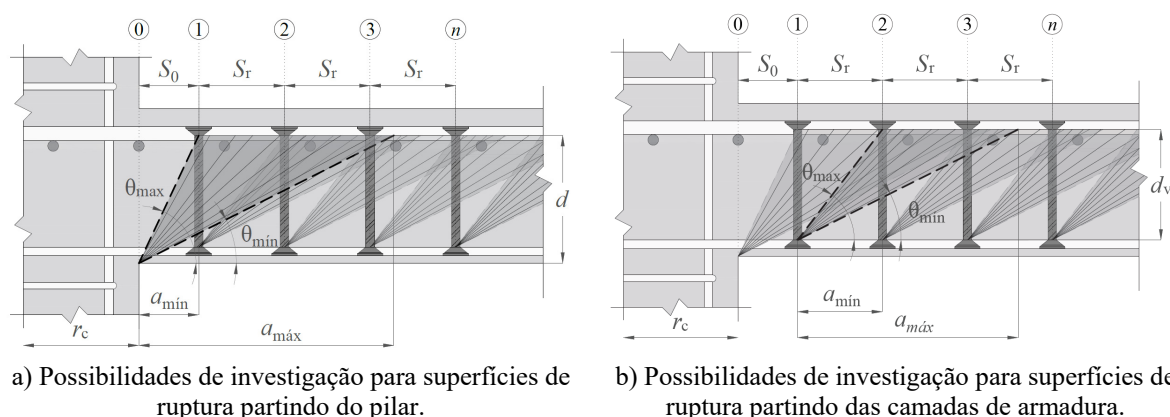
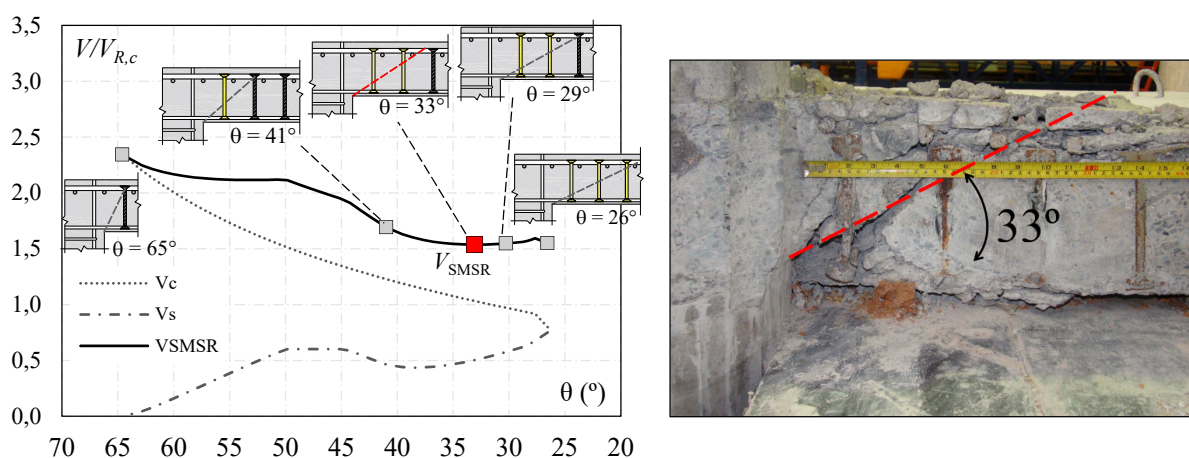


Figura 4.3 – Possíveis verificações do método para uma ligação laje-pilar.

De forma iterativa, o método SRMC, em seu formato geral, estima a capacidade resistente da ligação para todas as possíveis angulações apresentadas anteriormente na Figura 4.3, somando as parcelas de resistência do concreto, esta que será discutida posteriormente, e do aço, conforme apresentado na Equação 4.2. A Figura 4.4 apresenta a investigação de resistência para o espécime C3 da série de ensaio de Ferreira *et al.* (2014) acompanhada do corte da laje. É apresentado também, segundo o método, a variação das parcelas de resistência do concreto (V_c), do aço (V_s) e da estimativa de resistência da ligação ($V_{SMSR} = V_c + V_s$), para planos de ruptura que partam do pilar, apresentados na Figura 4.3a. Estes parâmetros são confrontados pela estimativa de resistência de uma laje semelhante sem armadura de cisalhamento, segundo as

recomendações do CEB-FIP MC90 (1993) ($V/V_{R,c}$), com o objetivo de avaliar a influência da inclinação da superfície de ruptura no acréscimo de resistência em relação à uma laje sem armadura de cisalhamento.



Dados: $d=142$ mm; ρ (%) = 1,5; $f_c = 49$ MPa; $f_y = 540$ MPa; $s_0 = 70$ mm; $s_r = 100$ mm; ρ_w (%) = 0,34; $f_{yw} = 535$ MPa; $V_u = 1077$ kN.

Figura 4.4 – Investigação da resistência à punção pelo SRMC para a laje C3 de Ferreira *et al.* (2014).

A partir da Figura 4.4, pode-se observar que para o primeiro ponto de investigação ($\theta = 65^\circ$) o método assume que apenas há contribuição do concreto, e que ela reduz quanto menos íngreme a superfície de ruptura fica. Inversamente a essa situação, quanto menos íngreme a superfície, mais camadas de armadura são interceptadas e vão sendo ativadas com limitações devido ao comprimento de ancoragem, destacadas em amarelo, o que gera aumentos gradativos de resistência. Para esse caso estudado, nenhuma armadura desenvolveu tensão até o escoamento. Por fim, a resistência da ligação, segundo o método, será dada para o menor ponto da curva, ou seja, onde o somatório das parcelas de resistência for menor ($\theta = 33^\circ$) com previsão de ruptura igual à $V_{SMSR} = 1055,8$ kN, obtendo boa correlação com apresentado pelo resultado experimental ($V_u/V_{SMSR} = 1,02$).

4.2. Método SRMC Simplificado

O processo de investigação sistemática de várias superfícies de ruptura em uma ligação laje-pilar, apresentado no tópico anterior, requer o uso de ferramentas computacionais para a solução do problema. Este item apresenta as hipóteses simplificadoras que podem ser adotadas para facilitar a aplicação do método, tanto no dimensionamento quanto na verificação da capacidade

resistente à punção de ligações laje-pilar com armadura de cisalhamento. Para situações de dimensionamento, considera-se que o método pode ser utilizado para otimizar o projeto de novas ligações laje-pilar, tomando como ponto de partida um detalhamento preliminar. Para o caso de edifícios existentes, este método permite acessar de forma mais precisa tanto a capacidade resistente à punção quanto a zona mais suscetível à ruptura, podendo orientar atividades de reforço estrutural.

A primeira simplificação que pode ser adotada consiste em assumir que as camadas de armadura de cisalhamento interceptadas pela superfície de ruptura são capazes de desenvolver a tensão de escoamento. Para isso, é preciso restringir tanto o número de superfícies de investigação quanto buscar planos que favoreçam o maior embutimento dos conectores. As superfícies de resistência mínima a serem investigadas, segundo o método, são destacadas nas Figuras 4.5 a 4.7.

Na Figura 4.5 são apresentadas as superfícies originadas pelo limite do pilar (S_1 , S_2 e S_3), e tem sua extremidade pela interseção entre ancoragem superior e a linha de eixo da camada n de armadura de cisalhamento, apresentada em destaque na figura, respeitando-se que o ângulo da superfície de ruptura investigada não pode ser inferior ao $\theta_{\min}$. A Figura 4.5 também apresenta as projeções horizontais de cada superfície (a_1 , a_2 e a_3) e o perímetro de controle interno (u_1 , u_2 e u_3) para arranjos radiais e cruciformes, sendo a projeção horizontal a_i definida pela linha de studs perpendicular ao pilar. É apresentado também em destaque as camadas de armaduras que são efetivamente ativadas na resistência da ligação à punção para cada caso de investigação apresentado.

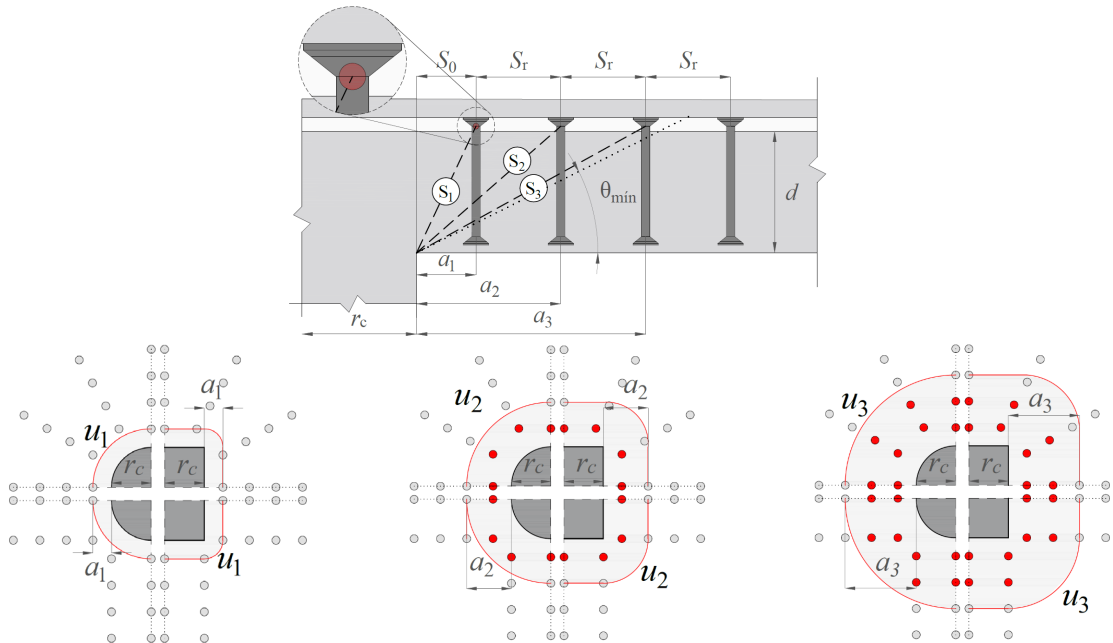


Figura 4.5 – Superfícies investigadas no método SRMC simplificado partindo do pilar.

A Figura 4.6 apresenta a superfície de ruptura (S_4) que inicia na extremidade inferior da primeira camada de armaduras e que se estende até as camadas de armaduras subsequentes, desde que ao menos uma camada de armadura seja efetivamente ativada e que a inclinação da superfície de ruptura seja maior que $\theta_{\min}$. É apresentado também o perímetro de controle u_4 assim como a projeção horizontal a_4 , ambos seguindo o mesmo padrão apresentado na Figura 4.5. É preciso atentar que nas estimativas de resistência para esses casos, deve-se considerar a altura útil reduzida (d_v), sendo ela a distância entre o centroide das barras de flexão tracionadas até o topo da ancoragem inferior da armadura de cisalhamento, ou seja, o ponto de partida da verificação.

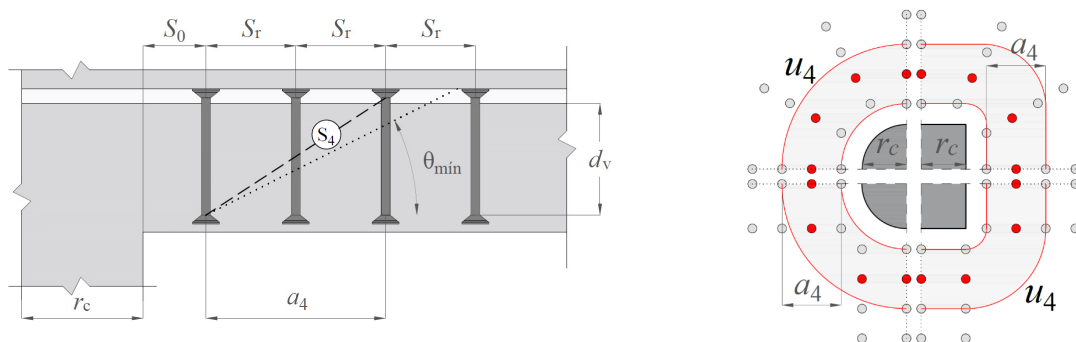


Figura 4.6 – Superfícies investigadas no método SRMC simplificado partindo da primeira camada de armadura e perímetro de controle u_4 .

Em casos extraordinários, onde ocorre aumento do espaçamento (Figura 4.7a) ou diminuição da área de aço (Figura 4.7b) por camada de armadura de cisalhamento, outras superfícies de

ruptura deverão ser investigadas. O processo de investigação é semelhante ao apresentado anteriormente, partindo-se da ancoragem inferior da camada que antecede a mudança de espaçamento ou área de aço, buscando a ancoragem superior de outra camada, obrigatoriamente interceptando e ativando pelo menos uma camada de armadura.

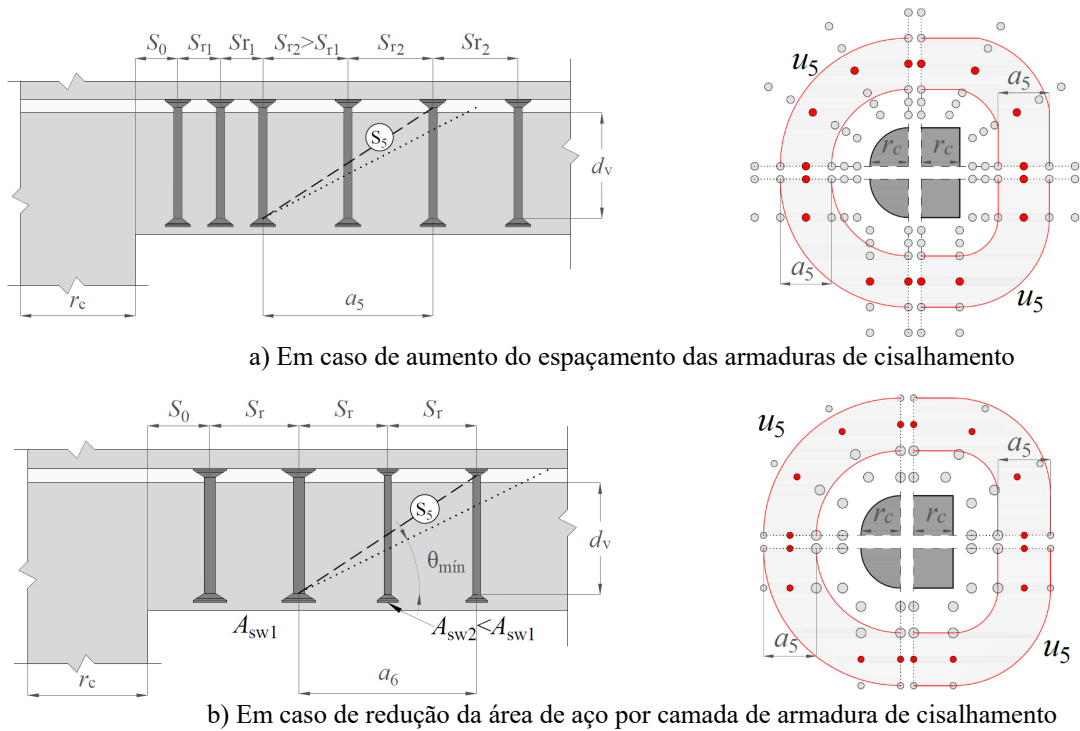


Figura 4.7 – Superfícies investigadas no método SRMC em casos especiais e perímetro de controle u_5 .

A Figura 4.8 apresenta a mesma ligação laje-pilar analisada na Figura 4.4, mas assumindo-se que, partindo-se do pilar, cada vez que a superfície de ruptura corta uma camada de armadura de cisalhamento, representada pelas linhas tracejadas na previsão de resistência (V_{SMSR}), é ativada a sua parcela resistente, dada por $V_{Rys} = \sum A_{sw,i} \cdot f_{ys}$. As armaduras de cisalhamento que contribuem para a resistência em cada superfície de ruptura investigada são destacadas em vermelho.

No método simplificado, a resistência também pode ser determinada pela menor resistência dentre as superfícies de ruptura investigadas. Para o caso de superfícies de ruptura muito íngremes, que não interceptam nenhuma camada de armadura de cisalhamento, o S_1 representa a menor previsão de resistência que pode ser obtida para essa situação. À medida que a inclinação da superfície de ruptura diminui, sucessivas camadas de armaduras de cisalhamento

são ativadas. O ponto S₂, por exemplo, marca a menor previsão de resistência para o caso de apenas a primeira camada contribuir na resistência à punção.

Assim como ele, outros pontos de resistência mínima podem ser determinados, como o ponto S₃, para o caso de se ter 2 camadas de armaduras de cisalhamento contribuindo na resistência última à punção. O ponto S_{26°} simboliza o limite de angulação para superfícies de ruptura, porém, em seu formato simplificado, não será necessariamente um ponto de investigação de resistência. É possível perceber que esta simplificação ainda leva a uma boa correlação com os resultados experimentais, uma vez que o método foi capaz de prever que apenas a primeira camada de *studs* efetivamente contribui para a resistência a punção da laje C3, com $\theta = 41^\circ$ e $V_{\text{SMSR}} = 1108,6 \text{ kN}$, além de manter a boa correlação com a carga de ruptura experimental ($V_u/V_{\text{SMSR}} = 0,97$)

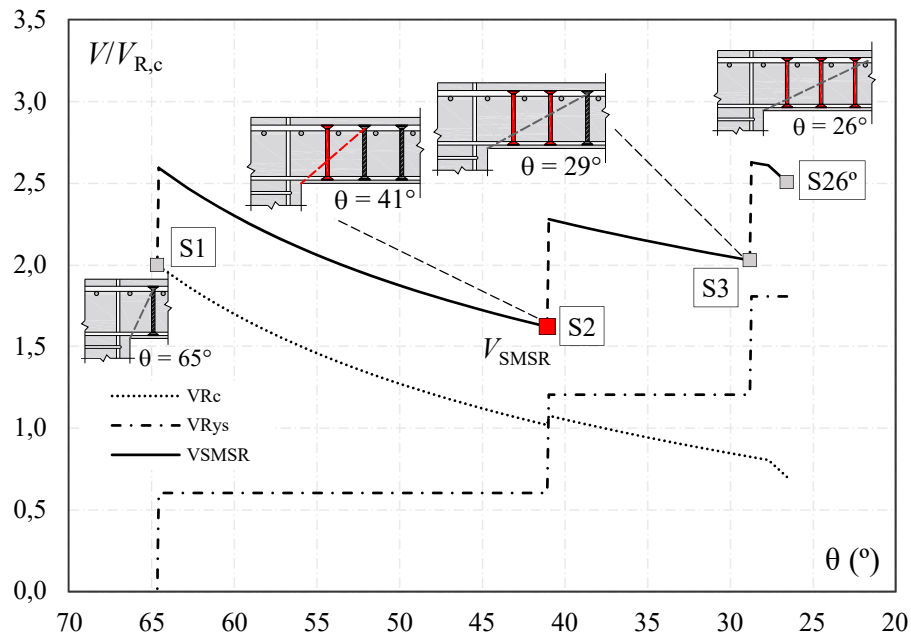


Figura 4.8 – Investigação da resistência à punção pelo SRMC simplificado para a laje C3 de Ferreira *et al.* (2014).

4.3. Calibração do método SRMC simplificado

De forma simplificada, a resistência de qualquer superfície de ruptura apresentada anteriormente pode ser determinada pela Equação 4.3. Os parâmetros η_c e η_s são constantes de redução da eficiência da contribuição do concreto, devido à fissuração da laje, e do aço, esta que leva em consideração a eficiência da ancoragem da armadura de cisalhamento; V_{Rc} e V_{Rs}

são as parcelas resistentes do concreto e do aço; a parcela $2 \cdot d/a_i$ leva em consideração a variação da contribuição do concreto em função do ângulo θ , como observado na série de ensaios de REGAN (1984), sendo a_i a projeção horizontal da superfície de ruptura investigada.

$$V_{SMSR} = \eta_c \cdot V_{Rc} \cdot \left(\frac{2d}{a_i} \right) + \eta_s \cdot V_{Rs} \quad (4.3)$$

Na Equação 4.4 e 4.5 são apresentados, respectivamente, as parcelas de contribuição do concreto e do aço, sendo a parcela do concreto equivalente a proposta pelo CEB-FIB MC90 (1993), onde k é o parâmetro para levar em consideração o “efeito de escala” (*size effect*) calculado por $k = 1 + \sqrt{200/d}$; ρ é a taxa de armadura de flexão tracionada, definida como $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ onde ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura de flexão da laje nas direções x e y; u_i é o perímetro de controle com geometria conforme apresentado nas Figuras 4.5 a 4.7; $A_{sw,cam}$ é a área de aço de armaduras de cisalhamento interceptada pela superfície de ruptura; $f_{ys,w}$ é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.

$$V_{Rc} = 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_i \cdot d \quad (4.4)$$

$$V_{Rs} = A_{sw,cam} \cdot f_{ys,w} \quad (4.5)$$

Para a definição da parcela resistente do concreto (V_{Rc}), a Figura 4.9 apresenta uma análise por “*box and whiskers diagram*” da estimativa de resistência à punção para lajes sem armadura de cisalhamento dos modelos normativos do ACI 314 (2019), CEN EN 1992-1-1 (2014), CEB-FIB MC90 (1993), *fib* Model Code 2010 (2013) e PT1 PrEN 1992-1-1 (2018). Os modelos normativos são confrontados com uma base de dados experimentais apresentada por PEREIRA FILHO *et al.* (2019). Além disso, são apresentados resultados estatísticos dessa relação, sendo estes a média (MED), desvio padrão (D.P.) e o coeficiente de variação (C.V.).

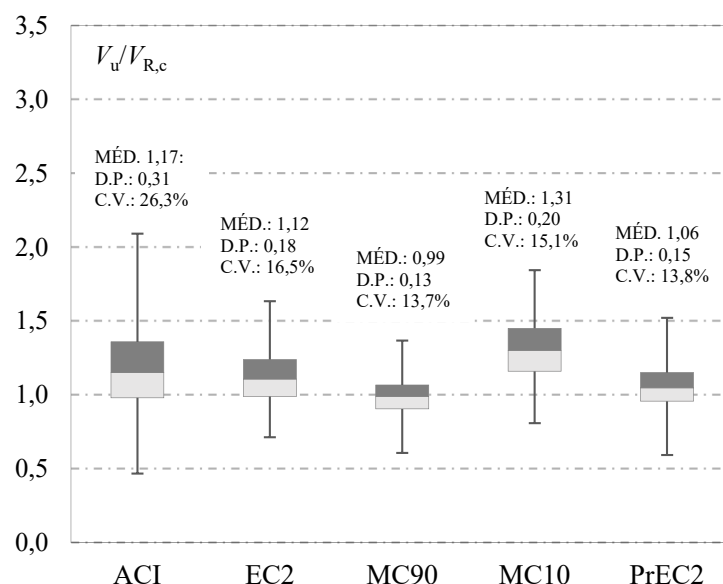


Figura 4.9 – Análise de dispersão para diferentes modelos teóricos na previsão de ruptura de lajes lisas sem armadura de cisalhamento.

Destaca-se que o método não propõe nenhum modelo teórico para a determinação da contribuição do concreto na resistência à punção. Logo, o método, a princípio, pode ser ajustado a qualquer modelo disponível na literatura, podendo ser adaptado para uso em normas com fundamentações semelhantes, como o ACI 318 (2019) e o Eurocode 2 (2014). Porém, neste trabalho, a acurácia foi priorizada, o que levou a escolha da equação proposta pelo CEB-FIB MC90 (1993), pois ela resultou em média próxima de 1,00 associada a menores medidas de dispersão, com desvio padrão e coeficiente de variação igual a 0,13 e 13,7%, respectivamente.

Para definir os valores de η_c ou η_s optou-se por pré-estabelecer um destes parâmetros para simplificar a obtenção do outro com base nos resultados experimentais. De forma simplificada, será admitido que as armaduras classificadas como conectores de aço têm ancoragem suficientemente eficiente para que alcancem o escoamento caso interceptadas pela superfície de ruptura conforme proposto, ou seja, η_s será considerado igual a 1,00. Para os demais tipos de armadura, é necessário a calibração experimental da constante η_s , sendo possível admitir valores menores em função da capacidade de ancoragem da armadura de cisalhamento, porém não será objeto de estudo desse trabalho.

Definida a constante de eficiência das armaduras de cisalhamento, a Figura 4.10 apresenta o processo de calibração da constante de eficiência do concreto (η_c). A calibração foi realizada utilizando resultados experimentais de nove lajes que apresentaram ruptura interna à região das

armaduras, geometria e características dos materiais semelhantes e tendo a taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w) como principal variável, pois é um dos principais parâmetros que afeta a contribuição do concreto na resistência à punção de ligações armadas ao cisalhamento, como aponta SCHMIDT, KUERES e HEGGER (2020). As lajes foram confrontadas por tendências de previsão de resistência pelo método simplificado (V_{SMSR}), onde cada curva apresentada no gráfico representa possíveis valores de η_c . A Figura 4.10a utiliza resultados experimentais de lajes armadas com *double headed studs*, a Figura 4.10b lajes armadas com armaduras de perfil I e a Figura 4.10c com armaduras do tipo *studs rail*. Destaca-se a dificuldade de realizar esse tipo de calibração devido à ausência de resultados experimentais na literatura que possuam apenas a taxa de armadura de cisalhamento como variável.

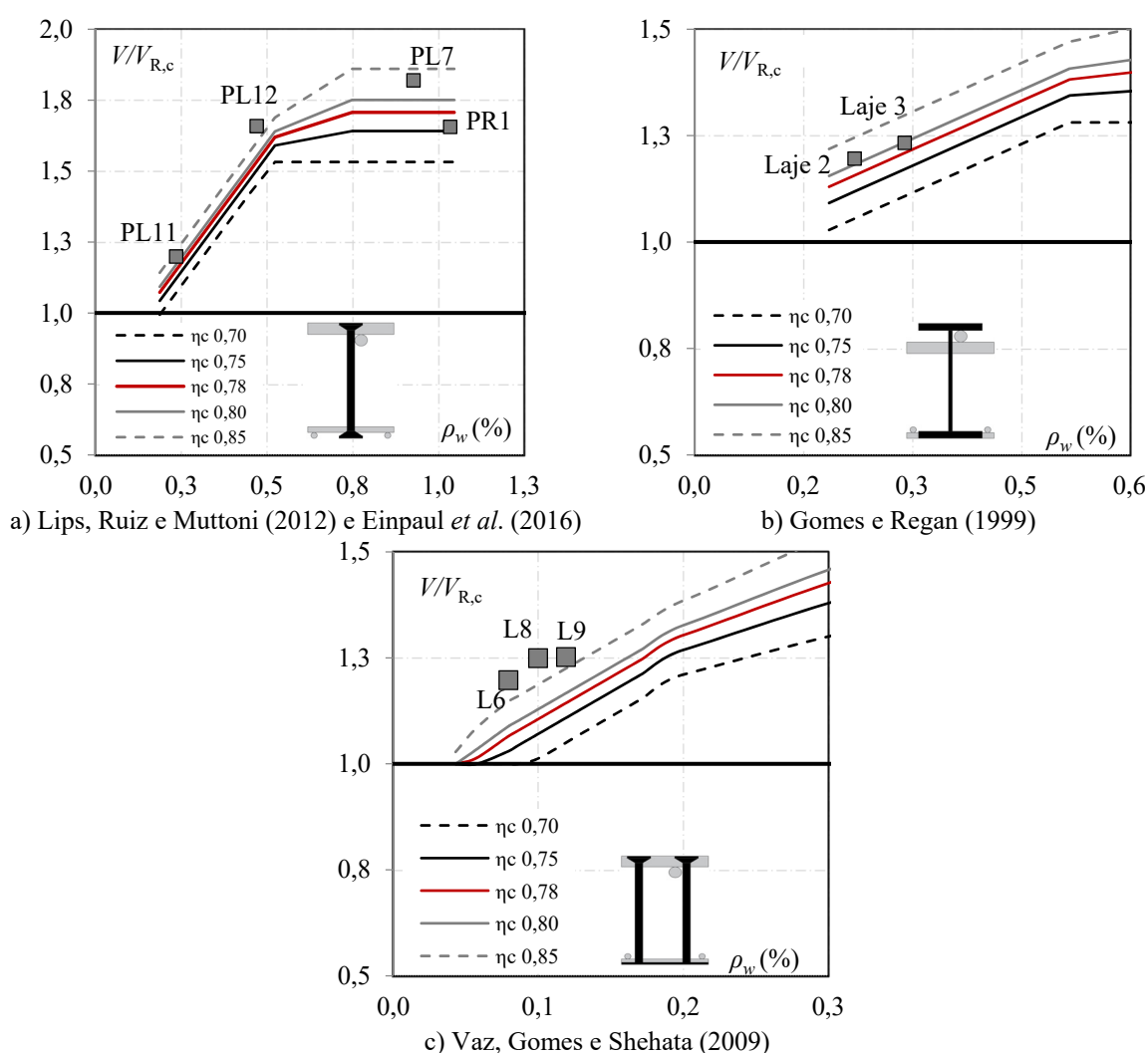


Figura 4.10 – Calibração da constante de redução do concreto (η_c).

Tratando-se de um método simplificado, buscou-se aqui a utilização de um fator único para englobar todos os tipos de armaduras do tipo conectores, que além de representar bem a

tendência dos resultados experimentais, possa agregar segurança nos resultados. Sendo assim, η_c será definido igual à 0,78. Ao se avaliar as lajes armadas com *double headed studs*, o fator equivalente à 0,78 apresentou bom comportamento ao compararmos com o universo de dados experimentais. O conservadorismo nas previsões das lajes PL12 e PL7 pode ser justificado devido ao modo de ruptura dessas lajes ter sido pelo limite máximo de resistência, ou seja, a ruptura foi em função da capacidade máxima de resistência do concreto. Para as lajes ensaiadas por GOMES e REGAN (1999), η_c equivalente à 0,78 mostrou boa correlação com a tendência observada dos resultados experimentais associado à um leve conservadorismo. Para lajes com baixas taxas de armadura de cisalhamento ($\rho_w < 0,2\%$), como as ensaiadas por VAZ, GOMES e SHEHATA (2009), a contribuição do concreto tornou-se subestimada, podendo nesses casos levar a previsões de resistência conservadoras.

5. RESULTADOS

5.1. Banco de Dados

Com o objetivo de avaliar o desempenho das recomendações normativas e do método SRMC em seu formato simplificado, foi montado um banco de dados com 145 resultados experimentais de lajes lisas armadas ao cisalhamento sob carregamento simétrico. De forma a não comprometer as análises, foram criados critérios de filtragem da primeira amostra de resultados. O primeiro critério de filtragem utilizado foi eliminar lajes com armaduras de cisalhamento que não garantiam ancoragem nas duas extremidades, como o *stud interno* testados por GOMES e ANDRADE (2000), TRAUTWEIN (2001) e TRAUTWEIN *et al.* (2011). Este critério foi estabelecido, pois tratar os casos de lajes com armadura de cisalhamento com ancoragem deficiente está fora do escopo dessa pesquisa. Este é um próximo estágio para o aprimoramento do método SRMC e deverá envolver a calibração de diferentes fatores η_s .

Como o método tem o objetivo de investigar a ruptura por tração diagonal dentro da região armada, foram descartadas lajes em que a ruptura foi informada como ocorrendo fora da região das armaduras ($V_{R,out}$) e também os casos de laje rompendo por flexão. Para essa classificação, foi adotado o modo de ruptura informado pelo autor e, em caso de ausência dessa informação, foi avaliado o corte do espécime ensaiado. Faz-se um adendo que mesmo o método sendo para a verificação de ruptura por tração diagonal cruzando a região armada, há lajes no banco de dados final que o modo de ruptura foi devido ao esmagamento da biela ($V_{R,máx}$). Essas lajes foram mantidas com o objetivo de avaliar o desempenho do método para essas situações e futuramente propor ajustes na previsão de resistência para esse modo de ruptura. Por fim, foram retirados quaisquer espécimes que não possuíam informações suficientes para os devidos cálculos. A Tabela 1 resume o processo de coleta e montagem do banco de dados.

Tabela 5.1 – Critérios de filtragem das lajes do banco de dados.

Autor	Nº de Lajes	Lajes descartadas pelo critério de filtragem				Lajes Restantes Após o Filtro
		Critério de Ancoragem	Ruptura por Flexão	Ruptura V_{Rout}	Ausência de Informações	
Seible, Ghali e Dilger (1980)	4	-	-	4	-	0
Andra (1981)	4	-	3	-	1	0
Mokhtar, Ghali e Dilger (1985)	7	-	-	4	-	3
Koch (1990)	2	-	-	2	-	0
Regan (1996)	3	-	-	3	-	0
Marzouk e Jiang (1997)	2	-	2	-	-	0
Gomes e Regan (1999)	10	-	-	6	-	4
Regan (1999)	2	-	2	-	-	0
Gomes e Andrade (2000)	6	6	-	-	-	0
Regan e Samadian (2001)	8	-	1	5	-	2
Trautwein (2001)	3	3	-	-	-	0
Beutel (2002)	10	-	-	-	-	10
Birkle (2004)	9	-	1	-	-	8
Broms (2007)	2	-	-	-	-	2
Stein, Ghali e Dilger (2007)	3	-	1	2	-	0
Regan (2009)	6	-	1	1	1	3
Vaz, Gomes e Shehata (2009)	7	-	-	3	-	4
Trautwein <i>et al.</i> (2011)	11	11	-	-	-	0
Heinzmann <i>et al.</i> (2012)	2	-	-	1	1	0
Lips, Ruiz e Muttoni (2012)	7	-	1	-	-	6
Muttoni e Bujnak (2012)	6	-	-	-	3	3
Ferreira <i>et al.</i> (2014)	8	-	-	-	-	8
Gosav <i>et al.</i> (2016)	5	-	2	-	-	3
Einpaul <i>et al.</i> (2016)	2	-	-	-	-	2
Halvoník e Majtanová (2018)	2	-	-	-	-	2
Dam, Wight e Parra-Montesinos (2017)	4	-	-	2	-	2
Ricker, Häusler e Randl (2017)	1	-	-	-	-	1
Furche (2017)	2	-	-	-	-	2
Freitas (2018)	2	-	-	-	-	2
Ferreira, Oliveira e Melo (2019)	3	-	-	2	-	1
Cantone <i>et al.</i> (2019)	2	-	-	-	-	2
TOTAL	145	20	14	35	6	70

A Tabela 2 apresenta os espécimes que efetivamente compõe o banco de dados final desse trabalho, separadas por tipo de armadura e seus respectivos autores. O banco de dados é composto por 70 lajes de 21 autores diferentes ensaiadas entre 1985 e 2019. A Figura 5.1 apresenta a distribuição das principais características das lajes que compõe o banco de dados final. Os parâmetros apresentados são a resistência a compressão do concreto (f_c), altura útil

(*d*), taxa de armadura longitudinal (ρ), informada pelo autor, e de cisalhamento (ρ_w), calculada conforme as prescrições do PrEurocode 2 (2018), tipo de armadura e o modo de ruptura.

Tabela 5.2 – Espécimes e autores do banco de dados final.

Tipo de Armadura de Cisalhamento	Autor	Espécimes
Double Headed Stud	Regan and Samadian (2001)	A2 e R2
	Beutel (2002)	Z1, Z2, Z3, Z4, Z5, Z6, V1, V2, V3, e V4
	Birkle (2004)	S2, S3, S5, S6, S8, S9, S11, e S12
	Broms (2007)	18a e 18b
	Regan (2009)	1, 2 e 3
	Lips, Ruiz e Muttoni (2012)	PL6, PL7, PL9, PL10, PL11 e PL12
	Muttoni and Bujnak (2012)	PP4, PP5 e PP6
	Ferreira <i>et al.</i> (2014)	C01, C02, C03, C04, C05, C06, C07 e C08
	Gosav <i>et al.</i> (2016)	AG4, AG5 e AG6
	Einpaul <i>et al.</i> (2016)	PR1 e PE1
	Halvoník e Majtanová (2018)	S1-1 e S2-1
	Ricker, Häusler e Randl (2017)	DUHPC1
	Furche (2017)	DKA-O e DKA-E
	Ferreira, Oliveira e Melo (2019)	LS02
	Cantone <i>et al.</i> (2019)	PC24 e PC26
Stud Rail	Mokkhtar, Ghali e Dilger (1985)	AB3, AB5 e AB7
	Regan and Samadian (2001)	R2
	Vaz, Gomes e Shehata (2009)	L6, L7, L8 e L9
	Dam, Wight e Parra-Montesinos (2017)	S08R e S12R
	Freitas (2018)	SR1 e SR2
Seção I	Gomes e Regan (1999)	2, 3, 10 e 11

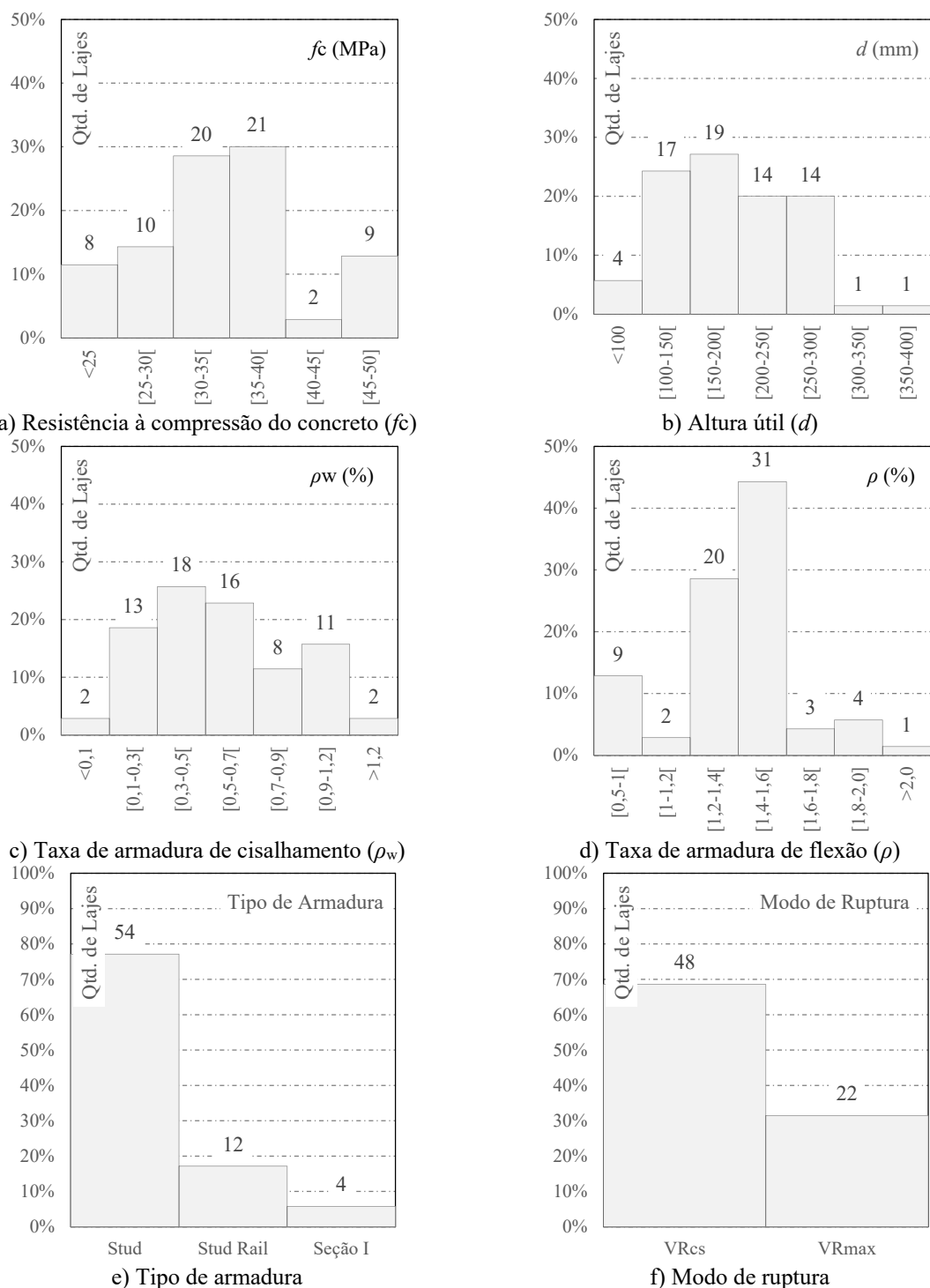


Figura 5.1 – Distribuição das características das espécimes que compõe o banco de dados.

5.2. Avaliação do Desempenho dos Métodos Normativos

A Figura 5.2 apresenta uma análise da previsão das recomendações na resistência à punção dentro da região das armaduras ($V_u/V_{Rcs,teo}$) em função da taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w). A relação é confrontada com uma linha cheia que representa a tendência ideal dos

resultados além de linhas pontilhadas que apontam uma análise de percentil (5%-quantil e o 95%-quantil) determinados em uma distribuição normal dos resultados. De acordo com os parâmetros de segurança do Eurocode 2 (2014), para garantir níveis de segurança satisfatórios, os 5%-quantil devem ser maiores ou iguais à 1. Essa metodologia foi aplicada para os demais métodos normativos. Além disso, a dispersão dos resultados pode ser avaliada qualitativamente pela distância entre as retas que representam os quantis. Uma limitação na análise realizada será a utilização da resistência à compressão média do concreto (f_{cm}) nas recomendações, sem o uso dos coeficientes de segurança.

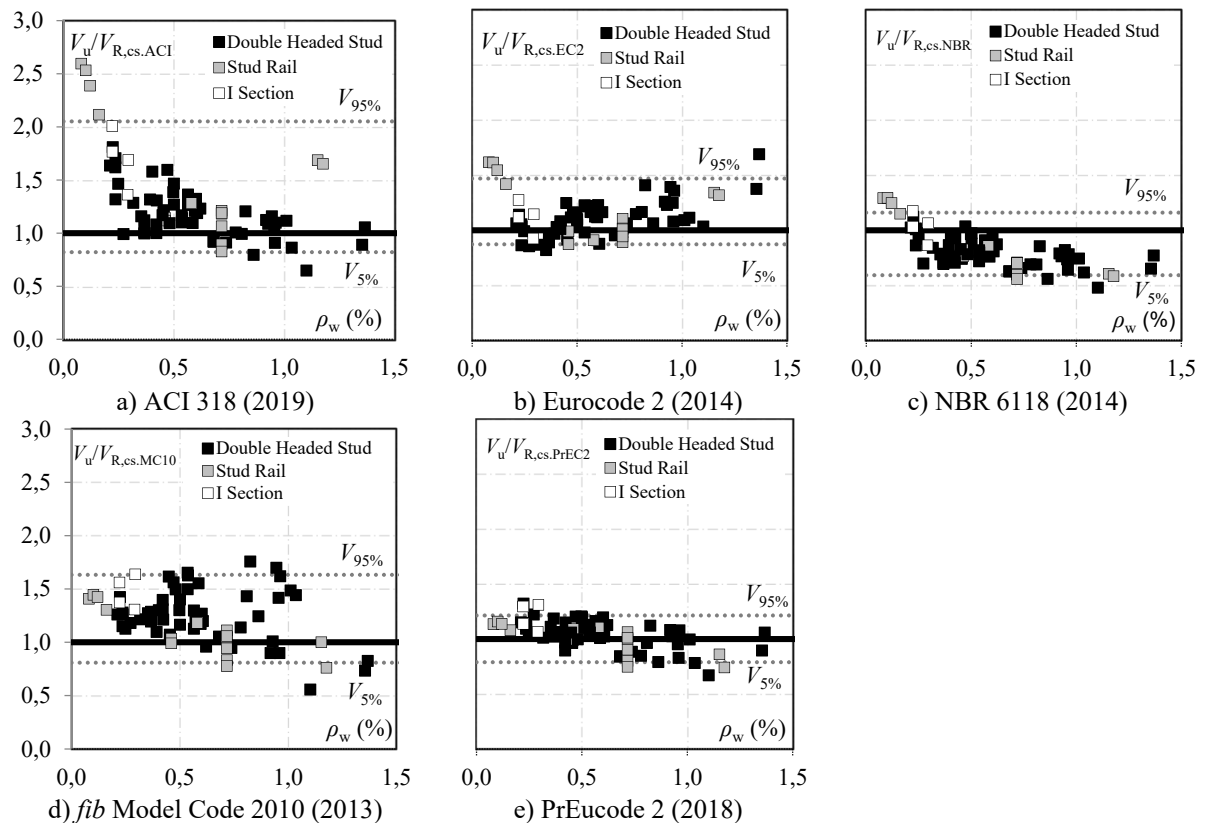


Figura 5.2 – Influência da taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w) no desempenho dos modelos teóricos para previsão de ruptura interna à região armada ($V_u/V_{Rcs,teo}$).

Observa-se, de maneira geral, que as recomendações não obtiveram boa correlação nas formulações para previsão de resistência interna à região armada (V_{Rcs}) com a variação da taxa de armadura de cisalhamento, com exceção do PrEurocode 2 (2018). Outro aspecto é que, segundo os critérios do Eurocode 2, nenhuma norma obteve níveis de segurança satisfatórios para o universo de dados apresentado, uma vez que todas apresentaram 5%-quantil menores que 1,00, sendo a norma brasileira a que obteve pior desempenho, com 5% do quantis igual à 0,59.

A norma americana apresentou a maior dispersão dos resultados observado pela distância entre as retas dos quantis. Observa-se também que as recomendações do ACI 318 (2019) apresentam valores conservadores para $\rho_w < 0,5$, tendência está que se torna insegura para taxas maiores que esse limite. A norma brasileira foi a que obteve pior desempenho dentre as demais com tendência à resultados inseguros em função da variação de ρ_w , fato que pode ser explicado devido à ausência de limitações a respeito do desempenho da armadura de cisalhamento e do acréscimo de resistência proveniente das mesmas em relação à uma laje sem armadura de cisalhamento.

Outro ponto de destaque é que assumir parcelas variáveis para as contribuições de concreto e aço podem diminuir a dispersão dos resultados, observado na diferença entre as recomendações do Eurocode 2 (2014) e de sua nova proposta, o PrEurocode 2 (2018). Porém, mesmo com a redução da dispersão, as formulações da nova proposta assumem uma tendência à resultados inseguros para altas taxas de armadura de cisalhamento, fato não observado nas recomendações atuais da norma devido à limitação de $1,5 \cdot V_{R,c}$. Vale ressaltar que a norma europeia não engloba a utilização de conectores como armadura de cisalhamento, logo as análises realizadas são apenas para avaliar como a norma se comporta caso seja utilizado esse tipo de armadura.

Mesmo assumindo parcelas variáveis para as contribuições do concreto e do aço, as recomendações do *fib* Model Code 2010 (2013) não obtiveram boa dispersão para o universo de resultados. Mesmo com a dispersão, a maioria dos resultados do universo estudado mante-se acima da reta que representa a situação ideal. Entretanto, para elevadas taxas de armadura de cisalhamento é observado uma tendência à resultados inseguros.

A Figura 5.3 apresenta uma análise da previsão das recomendações de resistência à punção ($V_u/V_{R,teo}$) em função da taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w), onde além das formulações para ruptura interna à região armadas, são avaliadas as estimativas para ruptura por esmagamento do concreto adjacente ao pilar ($V_{R,max}$). Devido à ausência de lajes com ruptura externa a região armada, para essa análise não foram utilizadas as equações para esse tipo de ruptura ($V_{R,out}$).

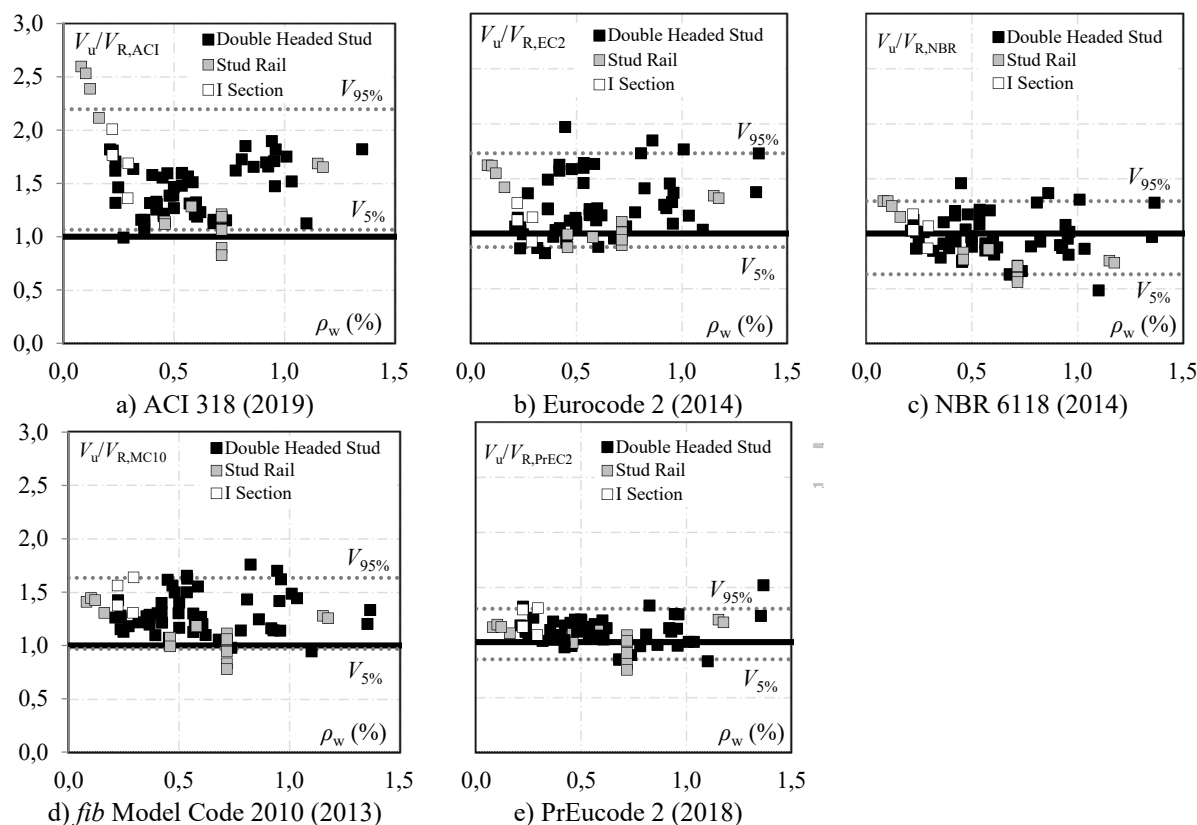


Figura 5.3 – Influência da taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w) no desempenho dos modelos teóricos para previsão de ruptura à punção em lajes armadas ao cisalhamento ($V_u/V_{R,teo}$).

Os resultados mostram que as estimativas de resistência à punção de lajes armadas das recomendações analisadas não sofreram alterações significativas, mantendo a dispersão para a maioria dos casos. Porém, devido principalmente as limitações impostas pelas formulações do $V_{R,max}$, observa-se que, para altas taxas de armadura de cisalhamento, a tendência à resultados inseguros observados na Figura 5.2 foi corrigida.

As recomendações do ACI 318 (2019) e do *fib* Model Code 2010 (2013) merecem destaque, pois com a utilização das equações para o esmagamento da biela foram alcançados níveis satisfatórios de segurança, com resultados de 5%-quantil iguais à 1,07 e 0,97, respectivamente. Em contrapartida, apenas as recomendações da norma brasileira não sofreram grandes alterações quanto sua segurança, mantendo seus 5%-quantil ainda bem abaixo de 1 (0,63).

As equações do $V_{R,max}$ mesmo melhorando o nível de segurança do Eurocode 2 (2014), resultou em uma maior dispersão dos resultados, evidenciado pelo afastamento das retas que representam os quantis. É possível observar também que a tendência à resultados inseguros

observados no projeto de atualização PrEurocode 2 (2018) para altas taxas de armadura de cisalhamento foi sanada também graças as equações propostas pelo $V_{R,max}$.

A Figura 5.4 apresenta uma análise do desempenho dos modelos normativos através da razão da carga de ruptura experimental com a teórica ($V_u/V_{R,teo}$). Destaca-se que mais uma vez as equações de V_{Rout} não foram utilizadas para essa análise. A razão $V_u/V_{R,teo}$ é apresentada graficamente e os modelos normativos serão comparados através de parâmetros estatísticos dessa razão, como a média (MÉD.), desvio padrão (D.P.) e coeficiente de variação (C.V.). Na figura é apresentado uma linha tracejada que representa a tendência da média dos resultados com seus coeficientes de correlação (R^2) e retas que sugerem os resultados ideais, ou seja, $V_u=V_{R,teo}$. As retas sugerem que caso a tracejada esteja posicionada acima da situação ideal, as recomendações têm tendência à resultados a favor da segurança, em contrapartida, caso se posicionem abaixo são consideradas inseguras.

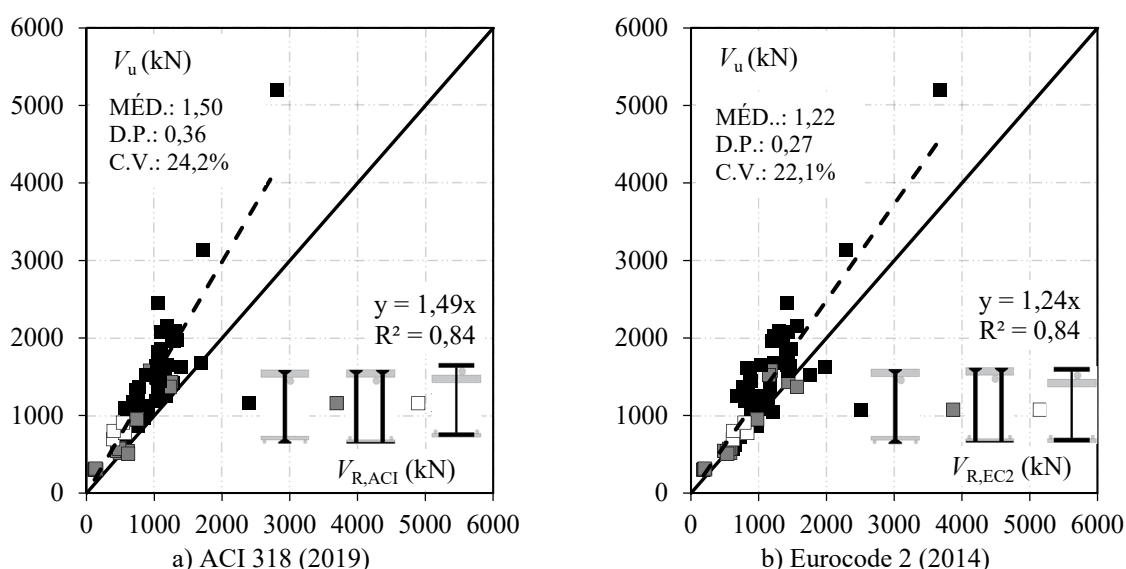


Figura 5.4 – Análise da previsão dos modelos normativos para ruptura de lajes armadas à punção ($V_u/V_{R,teo}$).

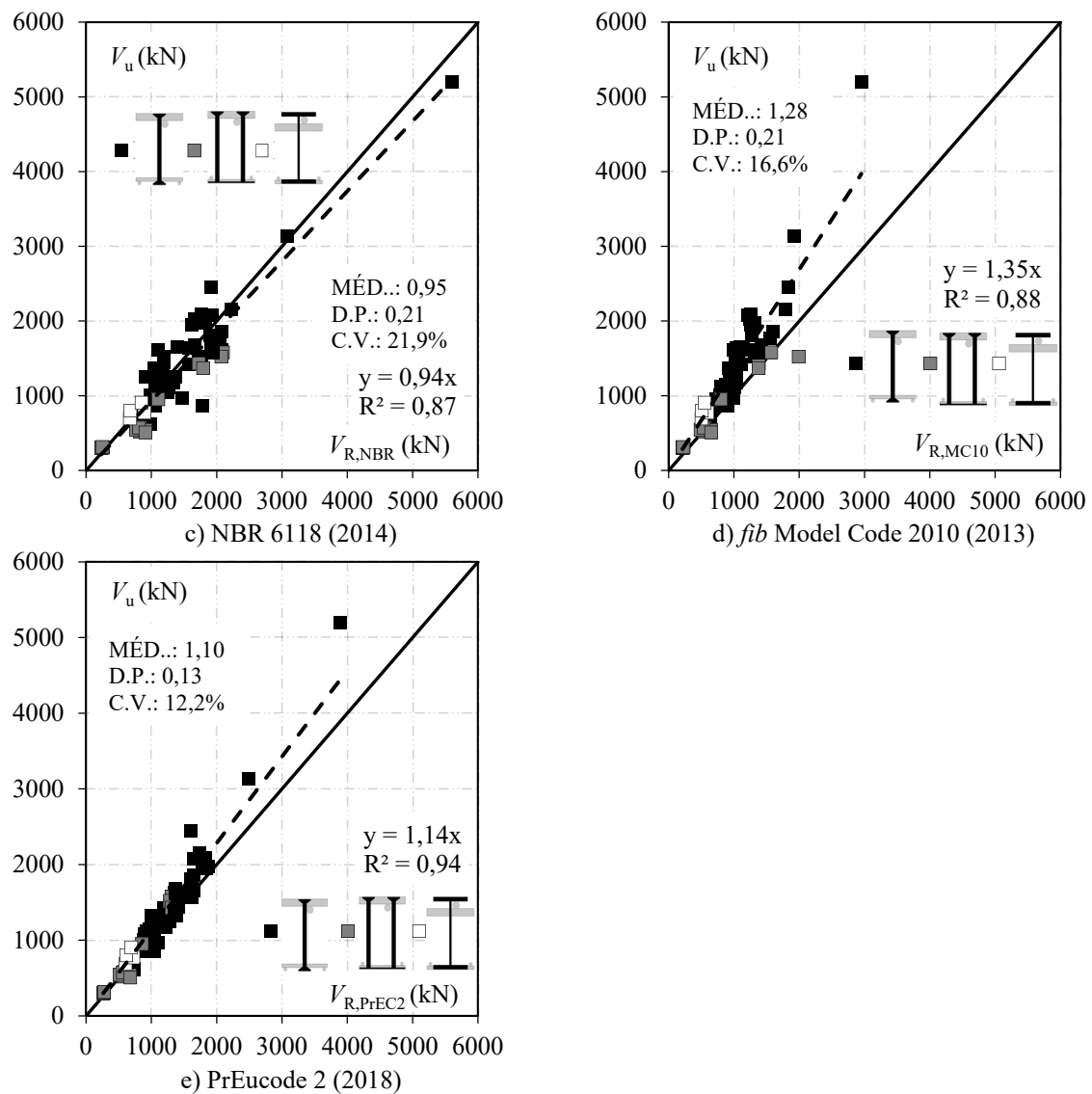


Figura 5.4 – Análise da previsão dos modelos normativos para ruptura de lajes armadas à punção ($V_u/V_{R,teo}$). (Continuação)

As recomendações do ACI 318 (2019) apresentaram a maior média da razão $V_u/V_{R,teo}$ (1,50), confirmando o conservadorismo apresentado nas análises anteriores. Além disso, apresentou a maior dispersão dentre as normas analisadas, visto pelo seu desvio padrão e coeficiente de variação iguais à 0,36 e 24,2%, respectivamente. Em contrapartida, as recomendações da norma brasileira continuaram apresentando tendências inseguras em suas estimativas de resistência, uma vez que a reta média dos resultados obteve valor menor que 1,00 (0,95).

É perceptível que a nova proposta de atualização do Eurocode 2 trouxe melhores resultados no que se trata à precisão de suas recomendações. Além de uma média mais próxima de 1,00 (1,10), a atualização proporcionou uma redução da dispersão da previsão, com desvio padrão antes igual à 0,27, chegando a 0,13 com a nova proposta, acompanhado de uma redução

significativa do coeficiente de variação. Além disso, a nova proposta obteve o melhor valor médio de correlação dos resultados, com R^2 igual à 0,94.

Semelhante às análises realizadas na Figura 5.4, a Figura 5.5 apresenta uma análise das equações dos modelos normativos para ruptura por esmagamento da biela adjacente ao pilar ($V_u/V_{R,maxteo}$). Para isso, foram utilizadas apenas as lajes do banco de dados com esse modo de ruptura.

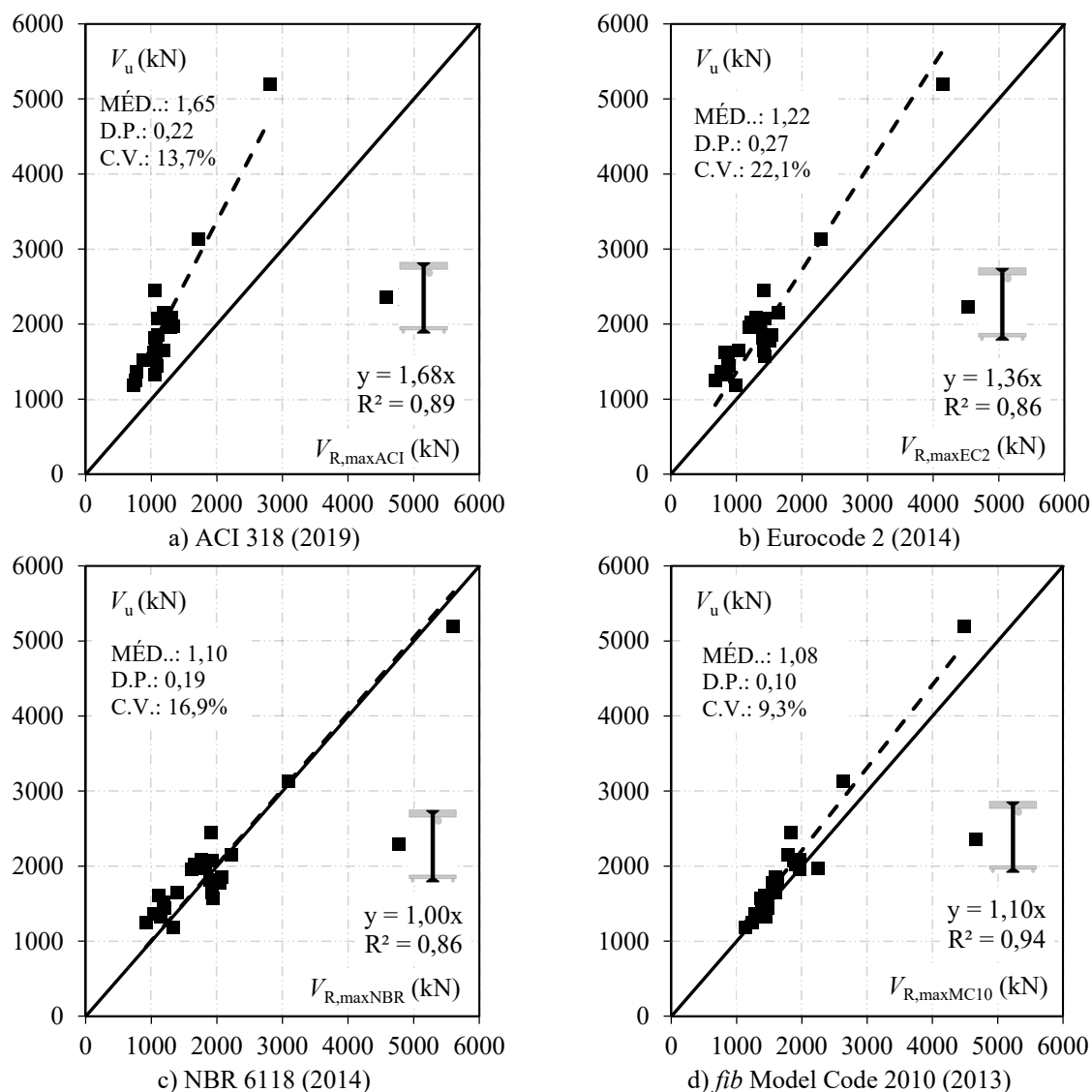


Figura 5.5 – Análise da previsão dos modelos normativos para ruptura pelo esmagamento da biela ($V_u/V_{R,max,teo}$).

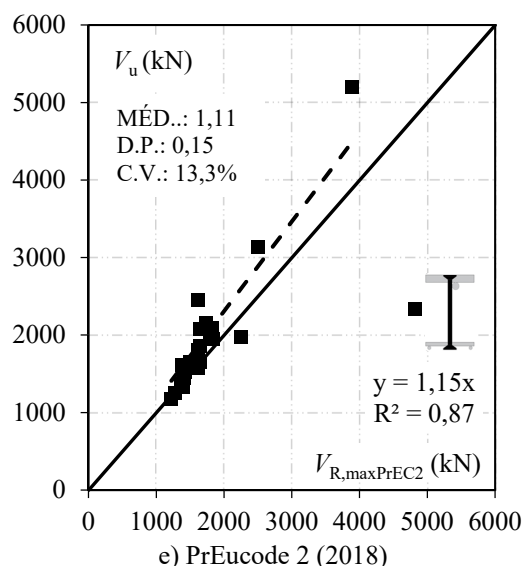


Figura 5.5 – Análise da previsão dos modelos normativos para ruptura pelo esmagamento da biela ($V_u/V_{R,max,teo}$) (continuação).

As previsões do ACI 318 (2019) tendem a subestimar o limite máximo de resistência da ligação, observado pela alta média dos resultados (1,65) além de um elevado desvio padrão (0,22), mesma situação observada nas previsões do Eurocode 2 (2014), o que mostra que admitir apenas mecanismos de resistência do concreto, como um nível de desempenho de uma biela próxima ao pilar, para esse modo de ruptura pode não descrever bem esse fenômeno.

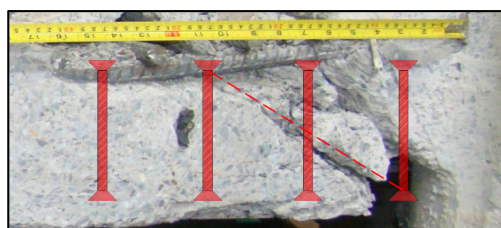
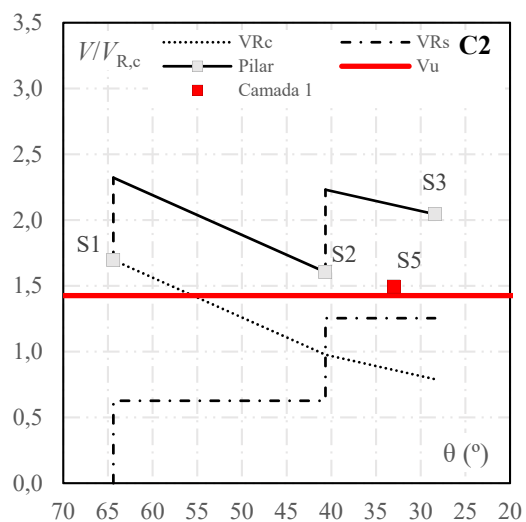
Mesmo baseado em fundamentações teóricas semelhantes à do Eurocode 2, a norma brasileira NBR 6118 (2014) obteve resultados ligeiramente superiores, com média mais próxima de 1,00 (1,10) e leve redução do desvio padrão (0,19). Entretanto, devido a adoção de fatores menos conservadores para a resistência da biela, aproximadamente metade dos resultados encontram-se numa faixa contra a segurança ($V_u/V_{R,max,teo} < 1,00$), o que a nível de projeto pode ser indesejável, uma vez que esse modo de ruptura tem comportamento frágil semelhante ao observado em ligações laje-pilar sem armadura de punção.

Ambas as recomendações do *fib* Model Code 2010 (2013) e PrEurocode 2 (2018) estimam a capacidade máxima da ligação como uma função da resistência à punção de lajes sem armaduras de cisalhamento, sendo o fator de acréscimo de resistência uma função do tipo de armadura de cisalhamento utilizada. As duas recomendações obtiveram bom desempenho dentre as avaliadas, porém o fato do *fib* Model Code 2010 (2013) limitar o $V_{R,max}$ em função da capacidade resistente do concreto pode ter levado a melhores resultados, com média 1,08 e desvio padrão de 0,10.

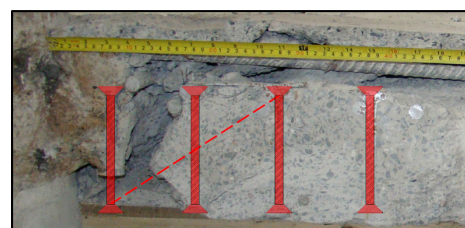
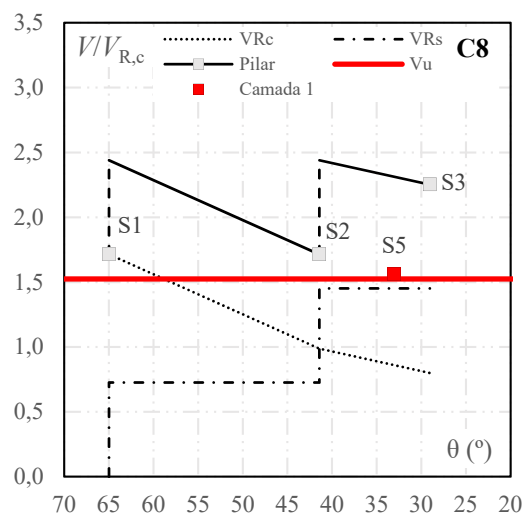
5.3. Avaliação do Desempenho do Método SRMC

A Figura 5.6 apresenta o resultado da previsão de superfície de ruptura pelo método em comparação com o resultado experimental de 4 espécimes do banco de dados. No gráfico é apresentado retas que representam a investigação de superfícies que iniciem no pilar e na primeira camada de armadura. Caso haja apenas um plano possível de investigação devido às limitações de angulação apresentadas anteriormente, a investigação partindo da primeira camada é representada apenas por um ponto (S_5). Além da estimativa de resistência pelo método, é apresentada a variação da parcela de contribuição do concreto (V_{Rc}) e das armaduras (V_{Rs}) para investigações que partem do pilar, além da reta que representa a carga de ruptura experimental (V_u), destacada em vermelho. Os planos de ruptura investigados pelo método, representados pelos pontos S_i no gráfico, são apresentados de forma genérica na Figura 5.7, sendo o de menor resistência (V_{SMSR}) representado nos cortes dos espécimes e destacado em vermelho.

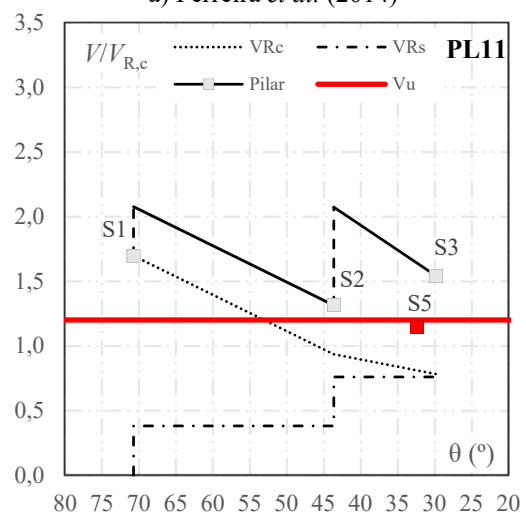
Na Figura 5.6a e b são apresentados os espécimes C2 e C8 de FERREIRA *et al.* (2014), estes que apresentam taxas médias de armadura de cisalhamento ($\rho_w = 0,50$ e $0,60\%$). A imagem do corte experimental está disponível em FERREIRA (2010). A Figura 5.6c apresenta a laje PL11 de LIPS, RUIZ E MUTTONI (2012), esta que apresenta menor taxa de armadura de cisalhamento ($\rho_w = 0,23\%$). O corte experimental desse espécime foi retirado de LIPS (2012). Por fim, a Figura 5.6d apresenta o espécime S2-1 de HALVONIK e MAJTANOVA (2018) que apresenta alta taxa de armadura de cisalhamento ($\rho_w = 0,81\%$), além de apresentar critérios atípicos de detalhamento, com variação de espaçamento entre os perímetros de armaduras, e sua ruptura ser devido ao esmagamento do concreto adjacente ao pilar (V_{Rmax}), segundo os autores.



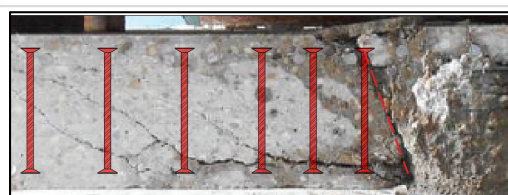
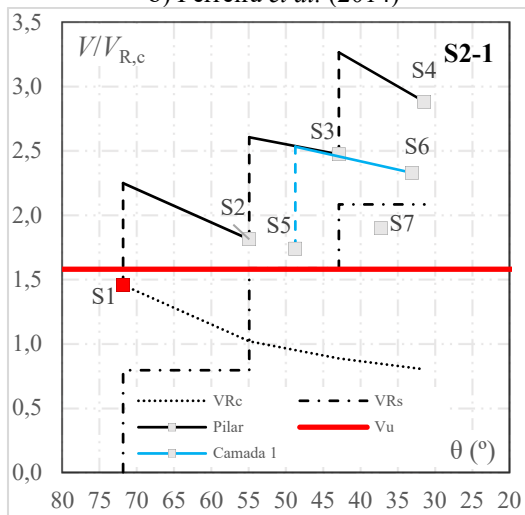
a) Ferreira *et al.* (2014)



b) Ferreira *et al.* (2014)



c) Lips, Ruiz e Muttoni (2012)



d) Halvonik e Majtanova (2018)

Figura 5.6 – Análise da previsão de superfície de ruptura do método SRMC.

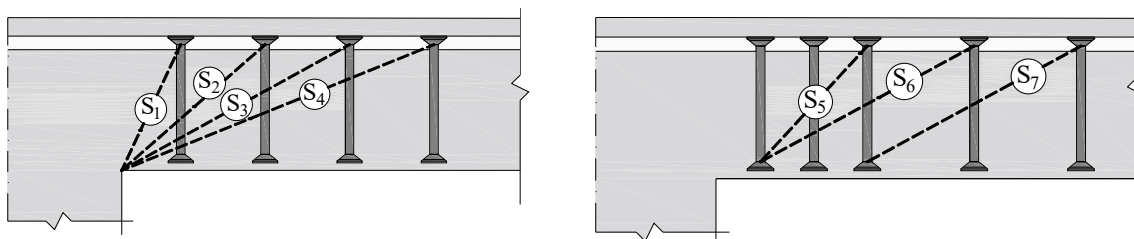


Figura 5.7 – Superfícies de ruptura investigadas.

De maneira geral, o método apresentou boa correlação ao prever a superfície de ruptura dos espécimes analisados, principalmente para a laje C2 de FERREIRA *et al.* (2014), na qual pode-se observar que sua ruptura se deu entre as camadas 1 e 3 de armadura de cisalhamento. Mesmo apresentando boa previsão para a carga de ruptura da laje C8, não foi possível obter boa correlação na previsão da superfície de ruptura devido a ruptura dessa laje ter sido em função do arrancamento da armadura de cisalhamento, não respeitando uma das hipóteses do método SRMC em seu formato simplificado, de que as armaduras de cisalhamento estão em condições favoráveis de ancoragem e desenvolvem tensão até o escoamento.

É possível observar que o espécime PL11 de LIPS, RUIZ E MUTTONI (2012) apresenta dois planos de ruptura distintos, um iniciando na ligação da laje com o pilar e interceptando uma camada de armadura, e outro plano iniciando na primeira camada de armadura, este que obteve melhor correlação com o previsto pelo método. Pode-se dizer que mesmo para a primeira situação o método obteve boa correlação, uma vez que previu que ao menos uma camada de armadura de fato contribuiu para a resistência. A acurácia ainda pode ser notada pela boa previsão em relação a carga de ruptura da laje.

Em relação a laje S2-1 de HALVONIK e MAJTANOVA (2018), mesmo que a ruptura do espécime tenha sido devido ao esmagamento do concreto adjacente ao pilar, a previsão de superfície de ruptura pelo método deu-se entre o pilar e a primeira camada de armadura, ou seja, nesse caso a resistência da ligação será exclusivamente pela parcela resistente do concreto, o que correlaciona bem para esse modo de ruptura. Além disso, conclui-se que a previsão de carga de ruptura é levemente conservadora devido subestimar a capacidade resistente do concreto para esse tipo de ruptura.

A Figura 5.8 apresenta uma análise da previsão pelo método SRMC na resistência à punção ($V_u/V_{R,SMSR}$) em função da taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w), tal como realizada para as recomendações normativas apresentada no tópico anterior. Porém, para avaliar o desempenho

do método para os diversos modos de ruptura, será apresentado os resultados para todas as lajes do banco de dados (Figura 5.8a), lajes rompendo por tração diagonal na região das armaduras (Figura 5.8b) e por fim lajes rompendo por esmagamento do concreto adjacente ao pilar (Figura 5.8c).

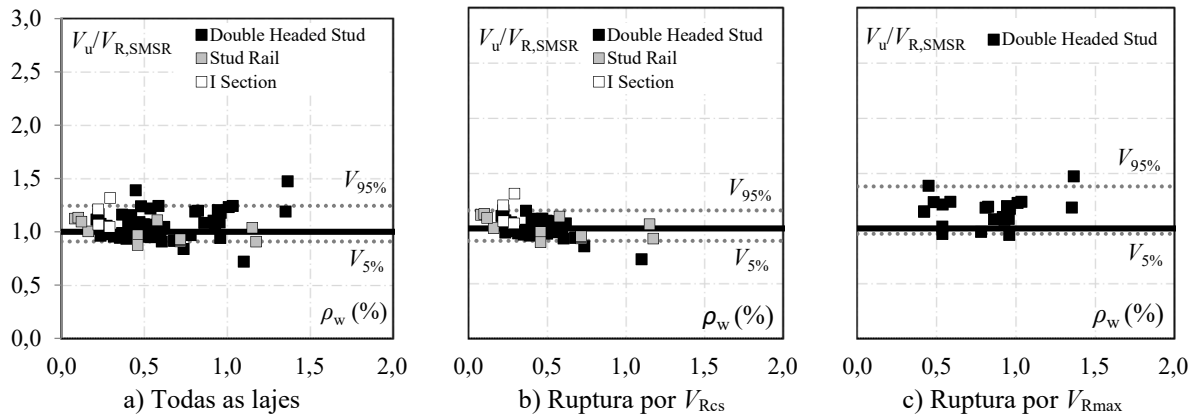


Figura 5.8 – Influência da taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w) na previsão de ruptura do método SRMC para os diversos modos de ruptura ($V_u/V_{R,SMSR}$).

O método SRMC apresentou boa correlação com o universo de dados, mantendo uma tendência próxima da ideal em função da variação da taxa de armadura de cisalhamento. Além disso, manteve baixa dispersão nas estimativas, expressa na distância entre as retas que representa os quantis e em termos de segurança, segundo os padrões do Eurocode 2 (2014), obteve desempenho próximo do ideal com os 5%-quantil próximo de 1,00 (0,92).

Em relação ao desempenho do método para os diversos tipos de ruptura, observa-se uma melhora nas estimativas ao analisar somente a ruptura por V_{Rcs} , perceptível na redução na distância entre as retas que representam os quantis. Em relação à ruptura por $V_{Rmáx}$, o método consegue manter uma tendência próxima da ideal, porém com maior conservadorismo e aumento da dispersão em suas previsões.

A Figura 5.9 apresenta uma análise do desempenho do método SRMC através da razão da carga de ruptura experimental com a teórica ($V_u/V_{R,SMSR}$). A razão $V_u/V_{R,SMSR}$ é apresentada graficamente e avaliada através de parâmetros estatísticos dessa razão, como a média (MED.), desvio padrão (D.P.) e coeficiente de variação (C.V.). A análise também inclui avaliar o desempenho do método para os diversos modos de ruptura, tal como realizado anteriormente.

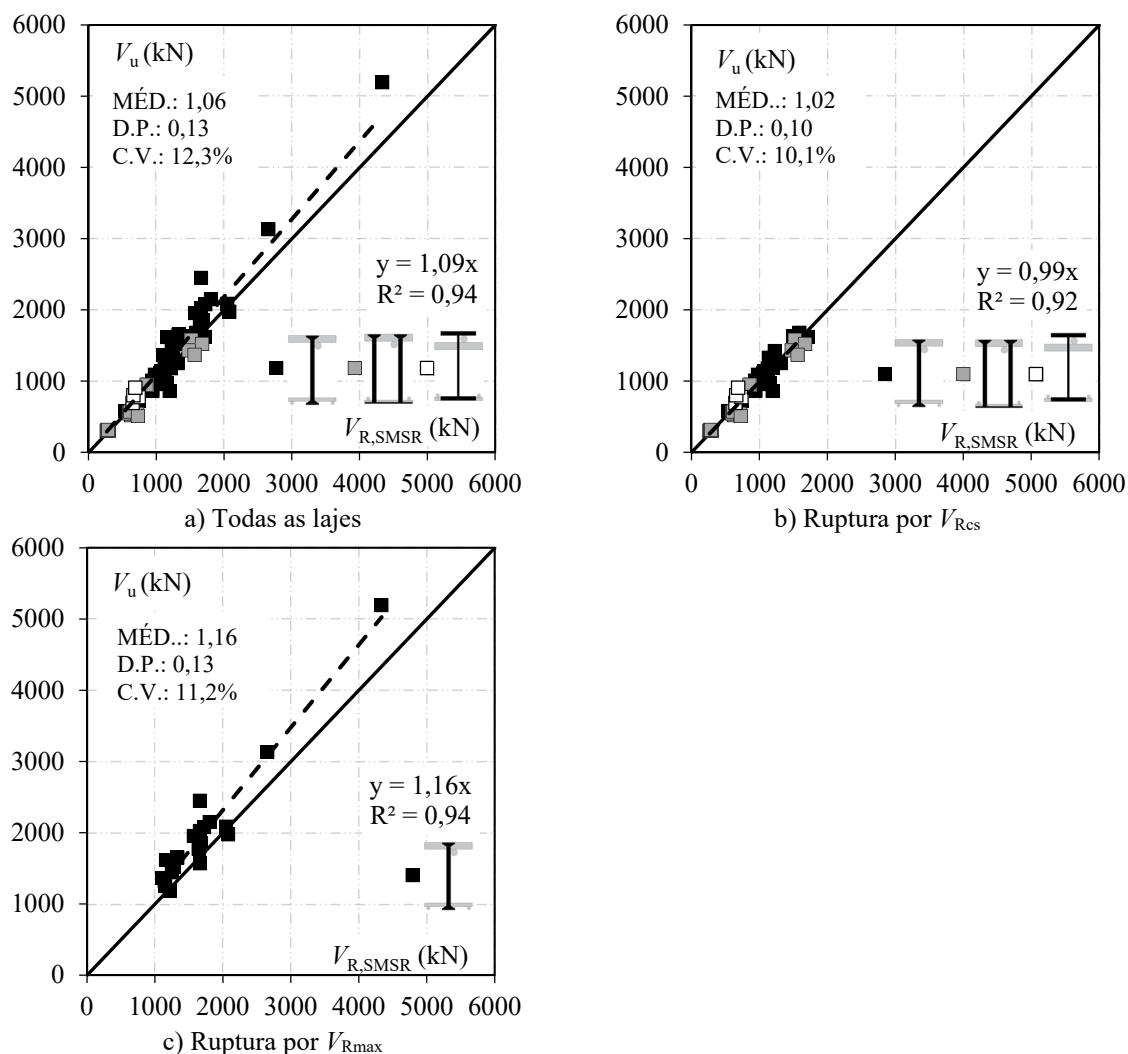


Figura 5.9 – Análise da previsão do método SRMC para ruptura de lajes armadas à punção ($V_u/V_{R,SMSR}$).

As previsões de resistência segundo o método SRMC para todas as lajes do banco de dados obtiveram bom desempenho, com média da razão $V_u/V_{R,SMSR}$ próxima de 1,00 e baixo desvio padrão (0,13). O desempenho do método é ainda melhor ao filtrar o banco de dados para lajes com ruptura por V_{Rcs} , onde a média e o desvio padrão são reduzidos, tornando a estimativa do método mais próxima de uma situação ideal. As previsões para ruptura por V_{Rmax} , mesmo mantendo o desvio padrão igual ao analisar globalmente os espécimes (0,13), obteve a maior média entre as análises realizadas (1,16), reiterando que o método se comporta de forma conservadora para esse modo de ruptura.

Mesmo não sendo um método para a previsão do V_{Rmax} , observou-se em todas as análises realizadas anteriormente que os resultados mostram boa correlação para esse modo de ruptura. Como tentativa de entender esse fenômeno, a Tabela 3 apresenta os espécimes do banco de

dados que romperam por $V_{Rm\acute{a}x}$, apresentando sua taxa de armadura de cisalhamento (ρ_w), o ângulo da superfície de ruptura, segundo o método (θ_{teo}), e a superfície investigada pelo método onde ocorre a ruptura.

Tabela 5.3 – Resumo das lajes do banco de dados com ruptura por $V_{Rm\acute{a}x}$.

Autor	Laje	ρ_w (%)	Superfície de Ruptura	θ_{teo} (°)
Lips, Ruiz e Muttoni (2012)	PL6	1,01	Entre o pilar e a primeira camada	70,5
	PL7	0,93	-	70,5
	PL9	0,96	-	71,2
	PL10	0,82	-	70,7
Beutel (2002)	Z1	0,42	-	68,7
	Z2	0,42	-	71,1
	Z3	0,45	-	69,7
	Z4	0,48	-	71,1
	Z5	0,54	-	69,8
	Z6	0,59	-	69,8
Muttoni e Bujnak (2012)	PP4	0,94	-	69,6
	PP5	0,96	-	69,6
	PP6	0,96	-	69,6
Halvonik e Majtanova (2018)	S1-1	0,81	-	71,9
	S2-1	0,86	-	71,9
Einpaul <i>et al.</i> (2016)	PR1	1,04	-	61,5
	PE1	0,92	-	70,0
Cantone <i>et al.</i> (2019)	PC24	1,35	-	70,0
	PC26	1,37	-	70,0
Ricker, Häusler e Randl (2017)	DUHPC1	0,78	-	66,0
Furche (2017)	DKA-O	0,54	Entre a primeira e terceira camada	31,5
	DKA-E	0,54	Entre o pilar e a primeira camada	69,9

Observa-se que para todas os espécimes do banco de dados com ruptura por V_{Rmax} , exceto a laje DKA-O de FURCHE (2017), o método previu que a superfície de ruptura se encontra entre o pilar e a primeira camada de armadura, ou seja, uma ruptura na qual apenas há contribuição do concreto. Esse fato pode ser explicado devido aos espécimes apresentarem elevadas taxas de armadura de cisalhamento, exceto os ensaios de BEUTEL (2002) e FURCHE (2017), o que força o plano de ruptura mais frágil ser mais íngreme, interceptando nenhuma camada de armaduras e a resistência ser função apenas da contribuição do concreto. Isso reforça que as hipóteses do método apresentam boa correlação também para esse tipo de ruptura, tendo como principal problemática subestimar a capacidade de contribuição do concreto. De forma a solucionar esse problema, sugere-se um novo processo de calibração da constante η_c para casos onde há apenas a contribuição do concreto na resistência da ligação laje pilar.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma revisão sistemática e detalhada das hipóteses que embasam o Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (SRMC), proposto por FERREIRA (2010). O método consiste na investigação de superfícies pré-determinadas onde a resistência será um somatório de parcelas variáveis das contribuições do concreto e das armaduras de cisalhamento. Em seu formato geral, a contribuição das armaduras de cisalhamento é função da resistência ao arrancamento do conector, limitado pela força de escoamento do aço. Em seu formato simplificado, após a apresentação de hipóteses que podem ser adotadas para facilitar a aplicação do método, tanto no dimensionamento quanto na verificação da capacidade resistente à punção de ligações laje-pilar com armadura de cisalhamento, a contribuição da armadura de cisalhamento será função da sua tensão de escoamento, podendo ser minorada em função de sua condição de ancoragem pelo fator η_s . Porém, essa metodologia não foi utilizada nesse trabalho. A simplificação foi possível por meio da restrição do número de superfícies de investigação, buscando planos que favoreçam o maior embutimento dos conectores.

Além disso, foi apresentado uma análise do desempenho do ACI 318 (2019), CEN EN 1992-1-1 (2014), ABNT NBR 6118 (2014), *fib* Model Code 2010 (2013) e o PT1 PrEN 1992-1-1 (2018) para estimativa de resistência à punção de lajes armadas ao cisalhamento com ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras ($V_{R,cs}$) e esmagamento do concreto adjacente ao pilar ($V_{R,max}$). As análises também englobaram o desempenho do método SRMC em seu formato simplificado. Para isso, foi montado um banco de dados experimentais de lajes lisas armadas ao cisalhamento sob carregamento simétrico. Após sofrer processo de filtragem, a amostra de dados limitou-se em 70 resultados experimentais encontrados na literatura.

Em relação aos métodos normativos, foi observado que, em média, assumir parcelas fixas para as contribuições do concreto e aço podem levar a estimativas dispersas no que diz respeito à resistência da ligação, à exemplo de resultados com tendências conservadoras do ACI 318 (2019) e inseguras da NBR 6118 (2014). Observou-se que as atualizações propostas pelo PT1 PrEN 1992-1-1 (2018), ao assumir parcelas variáveis para as contribuições do concreto e das armaduras, diminuíram a dispersão dos resultados, obtendo o melhor desempenho dentro as recomendações avaliadas.

Em relação a influência da taxa de armadura nas previsões dos métodos normativos analisados, observou-se que em todos os casos há uma tendência à resultados inseguros em função do aumento de ρ_w . Esta tendência é corrigida através da estimativa de resistência máxima da ligação ($V_{R,max}$). Em relação à estimativa do $V_{R,max}$, as recomendações que estimam esse modo de ruptura através do desempenho e resistência de uma biela tendem a não representar bem esse fenômeno, como no caso das recomendações do ACI 318 (2019), ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2014). Em contrapartida, relacionar a resistência máxima da ligação aos parâmetros de resistência de um laje sem armadura de cisalhamento, além de levar em consideração o desempenho da ancoragem da armadura de cisalhamento, resulta em tendências que expressam melhor o $V_{R,max}$, como observado nas prescrições do PT1 PrEN 1992-1-1 (2018) e *fib* Model Code 2010 (2013).

Em relação ao método SRMC, as hipóteses simplificadoras apresentadas neste trabalho, como restringir o número de superfícies investigadas que garanta um embutimento suficiente para que o conector alcance a tensão de escoamento, além do processo de calibração na constante $\eta_c = 0,78$, levaram a boas correlações com o universo de resultados experimentais utilizados nesse trabalho, apresentando média da razão V_u/V_{SMSR} próxima de 1,00, acompanhado de baixa dispersão, com desvio padrão e coeficiente de variação iguais à 0,13 e 12,3%, respectivamente, na capacidade de previsão de ruptura das lajes. O desempenho do método foi levemente melhorado ao analisar-se somente lajes com ruptura por $V_{R,cs}$.

Em relação à ruptura por $V_{R,max}$, mesmo apresentando baixos valores de dispersão na estimativa de resistência, com desvio padrão e coeficiente de variação iguais à 0,13 e 11,2%, o método apresentou conservadorismo para esse modo de ruptura, o que leva-se a crer que a contribuição de resistência do concreto está subestimada, uma vez que ao filtrar apenas as lajes do banco de dados que romperam por $V_{R,max}$, o método apresenta boa acurácia em prever uma ruptura governada apenas pela contribuição concreto. Conclui-se que para esse modo de ruptura, seja realizada uma calibração da constante de minoração da contribuição de resistência do concreto (η_c), porém na falta de formulações para esse modo de ruptura, as atuais prescrições do método mostram que ele pode ser usado também para esse modo de ruptura.

6.1. Sugestões para Atividades Futuras

Com o objetivo de complementar os resultados e conclusões apresentados nesse trabalho, sugere-se a realização das seguintes atividades:

- Calibração da constante η_s para utilização do método SRMC em ligações laje-pilar com diversos tipos de armaduras de cisalhamento;
- Processo de calibração para proposta de equação do método SRMC para ruptura por esmagamento da biela adjacente ao pilar ($V_{R,max}$) e ruptura por tração diagonal fora da região das armaduras ($V_{R,out}$);
- Propor adaptações à ABNT NBR 6118 (2014) para melhorar a segurança de suas previsões;
- Calibração do Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento para sua utilização em versão “geral”, considerando a limitação da eficiência da armadura através do seu arrancamento;

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. COMMITTEE 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete**. Farming Hills, Michigan. 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. COMMITTEE 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete**. Farming Hills, Michigan. 2019.

ANCON, Building Products. **Punching Shear Reinforcement for the Construction Industry**, Manual Técnico, abril. 2014.

ANDRA, H. P. Zum Tragverhalten von Flachdecken mit Dübelleisten, Bewehrung im Auflagerbereich, **Beton- und Stahlbetonbau**, V. 75, No. 3, pp. 53-57. 1981.

ANDRA H. P. e MATTHAEI, O. Effectiveness of Punching Shear Reinforcement a Question of Rotational Capacity. **International Workshop on Punching Shear Capacity on RC Slabs**, Proceedings, Stockholm, Sweden, pp. 163-170. 2000.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro. 2014.

BEUTEL, R. **Punching of Flat Slabs with Shear Reinforcement at Inner Colluns**. Alemanha, 267 pp. (em Alemão). 2002.

BIRKLE, G. **Punching of Flat Slabs: The Influence of Slab Thickness and Stud Layout**. 217 f. Tese de Doutorado. University of Calgary, 2004.

BOMPA, D. V.; ONET, T. Punching shear strength of RC flat slabs at interior connections to columns. **Magazine of Concrete Research**, v. 68, n. 1, p. 24-42, 2016.

BRANTSCHEN, F. **Influence of bond and anchorage conditions of the shear reinforcement on the punching strength of RC slabs**. 227 f. Tese de Doutorado. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2016.

BROMS, C. E. **Concrete flat slabs and footings Design method for punching and detailing for ductility**. 114 f. Royal Institute of Technology, 2005.

BROMS, C. E. Ductility of flat plates: Comparison of shear reinforcement systems. **ACI Structural Journal**, v. 104, n. 6, p. 703-711, 2007.

BS EN 1992-1-1. **Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings**. British Standards Institution, 2004.

BS EN 1992-1-1:2004/AC:2010. **Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1 General rules and rules for buildings**. Brussels, Belgium. 2010.

BS EN 1992-1-1:2004/prA1:2013. **Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1 General rules and rules for buildings**. Brussels, Belgium. 2014.

BS CEN prEN 1992-1-1/2018-04. **Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General rules for buildings, bridges and civil engineering structures**. Third and final Draft by the Project Team SC2.T1. 2018

CANTONE, R. *et al.* Enhancing punching strength and deformation capacity of flat slabs. **ACI Structural Journal**, v. 116, n. 5, p. 261–274, 2019.

Comité Euro-International Du Béton. **CEB-FIP Model Code 1990**. London, Thomas Telford. 1993.

DAM, T. X.; WIGHT, J. K.; PARRA-MONTESINOS, G. J. Behavior of monotonically loaded slab-column connections reinforced with shear studs. **ACI Structural Journal**, v. 114, n. 1, p. 221–232, 2017.

DECHKA, D. C. **Response Of Shear-Stud-Reinforced Continuous Slab-Column Frames To Seismic Loads**. 473 f. Tese de Doutorado. University of Calgary, 2001.

DILGER, W. H. Flat slab-column connections. **Prog. Struct. Engng Mater**, v. 2, p. 386–399, 2000.

EINPAUL, J. *et al.* Performance of punching shear reinforcement under gravity loading: Influence of type and detailing. **ACI Structural Journal**, v. 113, n. 4, p. 827–838, 2016.

ELIGEHAUSEN, R.; BALOGH, T. Behavior of fasteners loaded in tension in cracked reinforced concrete. **ACI Structural Journal**, v. 92, n. 3 Mai/Jul, 1995.

EUROPEAN TECHNICAL APPROVAL ETA-12/0454. **Double Headed Studs as Punching Reinforcement**. Langenfeld, Alemanha. 2012.

FERREIRA, M. P. **Punção Em Lajes Lisas De Concreto Armado Com Armaduras De Cisalhamento E Momentos Desbalanceados**. 275 f. Tese de Doutorado. Universidade de Brasília, 2010.

FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, M. H.; MELO, G. S. S. A. Tests on the punching resistance of flat slabs with unbalanced moments. **Engineering Structures**, v. 196, n. 1, p. 109311, 2019.

FERREIRA, M. P. *et al.* Punching of reinforced concrete flat slabs with double-headed shear reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 1, p. 1–12, 2014.

fib Bulletin 58. **Design of anchorages in concrete**. Stuttgart. 265 p. 2011.

fib MODEL CODE 2010. **Model Code 2010**: Model code for concrete structures 2010. Lausanne: Special Activity Group 5. 390 p. 2013.

FREITAS, M. V. P. **Análise Experimental dos Limites Superiores de Resistência à Punção de Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento**. 2018. 116 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Pará, 2018.

FRIEDER SEIBLE; GHALI, A.; DILGER, W. Preassembled Shear Reinforcing Units for Flat Plates. **ACI Journal Proceedings**, p. 28–35, 1980.

FURCHE, J. Slab-column connection with effective lattice shear reinforcement. **International Symposium on Connections between Steel and Concrete**, n. October, p. 912–924, September 27-29, 2017.

GOMES, R. B.; ANDRADE, M. A. S. Does a punching shear reinforcement need to embrace a flexural reinforcement of a RC flat slab? **International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs**, KTH Stockholm, June, Proceedings pp109-117. 2000.

GOMES, R. B.; REGAN, P. E. Punching resistance of RC flat slabs with shear reinforcement. **Journal of Structural Engineering**, v. 125, n. 6, p. 684–692, 1999.

GOSAV, A. V. *et al.* Failure assessment of flat slab-to-column members. **Magazine of Concrete Research**, v. 68, n. 17, p. 887–901, 2016.

HALVONÍK, J.; MAJTANOVÁ, L. Experimental Investigation of the Maximum Punching Resistance of Slab-Column Connections. **Slovak Journal of Civil Engineering**, v. 26, n. 3, p. 22–28, 2018.

HALLGREN, M., KINNUNEN, S., NYLANDER, B. Punching shear tests on column footings. **Nordic Concrete Research**, v. 21(1), p.1–24, 1998.

HEGGER, J.; HÄUSLER, F.; RICKER, M. Zur maximalen Durchstanztragfähigkeit von Flachdecken. **Beton- und Stahlbetonbau**, v. 102, p.770–777, 2007.

HEGGER, J.; WALRAVEN, J. C.; HÄUSLER, F. Zum Durchstanzen von Flachdecken nach Eurocode 2. **Beton- und Stahlbetonbau**, 2010.

HEINZMANN, D. *et al.* Punching tests on reinforced concrete slabs with and without shear reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 109, n. 6, p. 787–794, 2012.

KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement. Transactions No 158. **Royal Institute of Technology**, p. 117, 1960.

KOCH, R. Flat Slab-Column Connections with Shear Comb Reinforcement, **Otto Graf Journal**, Vol.1, Otto Graf Institut, Stuttgart, pp.125-140. 1990.

KUERES, D.; HEGGER, J. Two-parameter kinematic theory for punching shear in reinforced concrete slabs without shear reinforcement. **Engineering Structures**, v. 175, n. November 2017, p. 201–216, 2018.

KUERES, D.; SCHMIDT, P.; HEGGER, J. Two-parameter kinematic theory for punching shear in reinforced concrete slabs with shear reinforcement. **Engineering Structures**, v. 181, p. 216–232, 2019.

LIPS, S. **Punching of flat slabs with large amounts of shear reinforcement**. 273 f. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2012.

LIPS, S.; RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Experimental investigation on punching strength and deformation capacity of shear-reinforced slabs. **ACI Structural Journal**, v. 109, n. 6, p. 889–899, 2012.

LOOV, R. E. Review of A23.3-94 simplified method of shear design and comparison with results using shear friction. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 25, n. 3, p. 437–450, 1998.

MARÍ, A. *et al.* A punching shear mechanical model for reinforced concrete flat slabs with and without shear reinforcement. **Engineering Structures**, v. 166, n. October 2017, p. 413–426, 2018.

MARZOUK, H.; JIANG, D. Experimental investigation on shear enhancement types for high-strength concrete plates. **ACI Structural Journal**, v. 94, n. 1, p. 49–58, 1997.

MENÉTREY, P. Synthesis of punching failure in reinforced concrete. **Cement and Concrete Composites**, v. 24, p. 497–507, 2002.

MOKHTAR, A.-S.; GHALI, A.; DILGER, W. Stud Shear Reinforcement for Flat Concrete Plates. **ACI Journal Proceedings**, v. Set-Out, p. 676–683, 1985.

MUTTONI, A. e BUJNAK, J. Performance of Slabs Reinforced by Peikko psb Studs. **Concrete Connections**. Vol. 2, pp 16-21. 2012.

MUTTONI, A. Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. **ACI Structural Journal**, 2008.

MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J. Behavior of beams and punching in slabs without shear reinforcement. **IABSE Colloquium**, v. 62, p. 485–491, 1991.

PEREIRA FILHO, M. J. M. **Avaliação dos Métodos Normativos para Previsão da Resistência à Punção de Lajes sem Armadura de Cisalhamento e com Conectores de Aço**. 136 f. Universidade Federal do Pará, 2016.

PEREIRA FILHO, M. J. M. *et al.* Slabs strengthened for punching shear with post-installed steel and CFRP connectors. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 12, n. 3, p. 445–478, 2019.

REGAN, P. E. Double-Headed Studs as Shear Reinforcement – Tests of Slabs and Anchorages for DEHA Ankersysteme GMBH, **School of Architecture and Engineering**, University of Westminster, Aug. 1996.

REGAN, P. E. **Punching tests of reinforced concrete slabs with and without shear reinforcement with openings adjacent to columns**. University of Westminster, Julho. 1999.

REGAN, P. E. Report on Test of Reinforced Concrete Flat Slabs With Double Headed Studs. **Correspondência com o autor**. 2009.

REGAN, P. E. Shear Reinforcement of Flat Slabs, **International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs - Proceedings**, TRITA-BKN, Bulletin 57, pp. 99-107. 2000.

REGAN, P. E. The dependence of punching resistance upon the geometry of the failure surface. **Magazine of Concrete Research**, v. 36, n. 126, p. 3–8, 1984.

REGAN, P. E.; SAMADIAN, F. Shear reinforcement against punching in reinforced concrete flat slabs. **Structural Engineer**, v. 79, n. 10, p. 24–31, 2001.

RICKER, M.; HÄUSLER, F. European Punching Design provisions for Double-Headed Studs. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 167, n. 8, p. 495–506, 2014.

RICKER, M.; HÄUSLER, F.; RANDL, N. Punching strength of flat plates reinforced with UHPC and double-headed studs. **Engineering Structures**, v. 136, p. 345–354, 2017.

RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Applications of critical shear crack theory to punching of reinforced concrete slabs with transverse reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 106, n. 4, p. 485–494, 2009.

SCHMIDT, P.; KUERES, D.; HEGGER, J. Contribution of concrete and shear reinforcement to the punching shear resistance of flat slabs. **Engineering Structures**, v. 203, n. July 2019, p. 109872, 2020.

SILVA, R. *et al.* A physical approach for considering how anchorage head size influences the punching capacity of slabs strengthened with vertical steel bolts. **Structural Concrete**, v. 14, n. 4, p. 389–400, 2013.

STEIN, T., GHALI, A., DILGER, W. Distinction between Punching and Flexural Failure Modes of Flat Plates. **ACI Structural Journal**, Vol. 104, no 3, Mai-Jun. 2007.

SUNDQUIST, H.; KINNUNEN, S. **The effect of large column section and slab thickness taper on the punching shear capacity of flat slabs**. Bulletin No. 81, Dept. of Civil and Architectural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, 42 pp. 2004.

TIMM, M. **Durchstanzen von Bodenplatten unter rotations symmetrischer Belastung**. Technical University of Brunswick, Brunswick, Germany, 159 pp. 2003.

TRAUTWEIN, L. M. *et al.* Punching strength of flat slabs with unbraced shear reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 108, n. 2, p. 197–205, 2011.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento tipo “Stud” Interno e Tipo Estribo Inclinado.** Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília. Pp 185. 2001.

URBAN T., GOLDYN M., KRAKOWSKI J., KRAWCZYK L. Experimental investigation on punching behavior of thick reinforced concrete slabs. **Archives of civil engineering**, vol. 2, p. 157-174, 2013.

VAZ, A. P. R.; GOMES, R. B.; SHEHATA, L. C. D. Study on Minimum Shear Reinforcement of Reinforced Concrete Flat Slabs. **Ibracon Structures and Materials Journal**, v. 2, n. 1, p. 1–12, 2009.